MATEMATIKA 9

M9PID20C0T01

DIDAKTICKÝ TEST

Počet úloh: 16

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů

Povolené pomůcky: pouze psací a rýsovací potřeby

- Tento dokument obsahuje komentovaná řešení jednotlivých úloh didaktického testu.
- U každé úlohy je uveden jeden (příp. několik) z mnoha možných způsobů řešení.
- Do záznamového archu se zpravidla zapisují pouze výsledky úloh.
  U úloh **3**, **4.3** a **5** se vyžaduje také zápis postupu řešení.
- Na konci dokumentu je přiložen vzor vyplněného záznamového archu.

V úlohách **1**, **2**, **4.1**, **4.2**, **6**, **7**, **8** a **16** přepište do **záznamového archu** pouze **výsledky**.

1 bod

1 **Vypočtěte**, kolikrát je úhel o velikosti 10° větší než úhel o velikosti 0°20′.

Řešení:

Řešíme v úhlových minutách.

$10° = 600'$
$0°20' = 20'$

Podíl: $600' : 20' = 30$

Úhel o velikosti 10° je **30krát** větší než úhel o velikosti 0°20′.

Rychlejší způsob řešení:

1° je 3krát 20′.

10° je **30krát** 20′.

---

max. 2 body

2 **Vypočtěte:**

2.1

$$\sqrt{14{,}4 : 0{,}001} =$$

Řešení:

$$\sqrt{14{,}4 : 0{,}001} = \sqrt{14\,400} = \sqrt{144 \cdot 100} = \sqrt{144} \cdot \sqrt{100} = 12 \cdot 10 = \mathbf{120}$$

Jiný způsob řešení:

$$\sqrt{14{,}4 : 0{,}001} = \sqrt{\frac{14{,}4}{0{,}001}} = \sqrt{\frac{144}{0{,}01}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{0{,}01}} = \frac{12}{0{,}1} = \mathbf{120}$$

2.2

$$0{,}5 - (-0{,}3 + 0{,}5) \cdot 2{,}1 =$$

Řešení:

$$0{,}5 - (-0{,}3 + 0{,}5) \cdot 2{,}1 = 0{,}5 - 0{,}2 \cdot 2{,}1 = 0{,}5 - 0{,}42 = \mathbf{0{,}08}$$

Jiný způsob řešení:

$$0{,}5 - (-0{,}3 + 0{,}5) \cdot 2{,}1 = \frac{5}{10} - \frac{2}{10} \cdot \frac{21}{10} = \frac{1}{2} - \frac{1}{5} \cdot \frac{21}{10} = \frac{25}{50} - \frac{21}{50} = \frac{4}{50} = \mathbf{\frac{2}{25}}$$

Doporučení: Úlohy **3**, **4.3** a **5** řešte přímo **v záznamovém archu**.

max. 4 body

3 Vypočtěte a výsledek zapište zlomkem v základním tvaru.

3.1

$$\frac{\frac{5}{2}-\frac{2}{5}}{(-7)^2}=$$

Řešení:

$$\frac{\frac{5}{2}-\frac{2}{5}}{(-7)^2}=\frac{\frac{25-4}{10}}{49}=\frac{21}{10}\cdot\frac{1}{49}=\frac{3}{10}\cdot\frac{1}{7}=\mathbf{\frac{3}{70}}$$

3.2

$$\frac{5}{3}\cdot\frac{9}{50}\cdot\left(1-\frac{4}{9}\right)-\frac{2}{3}=$$

Řešení:

$$\frac{5}{3}\cdot\frac{9}{50}\cdot\left(1-\frac{4}{9}\right)-\frac{2}{3}=\frac{3}{10}\cdot\frac{9-4}{9}-\frac{2}{3}=\frac{1}{10}\cdot\frac{5}{3}-\frac{2}{3}=\frac{1}{6}-\frac{4}{6}=-\frac{3}{6}=-\mathbf{\frac{1}{2}}$$

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení**.

---

max. 4 body

4 Zjednodušte (výsledný výraz nesmí obsahovat závorky)**:**

4.1

$$\left(\frac{x}{3}+\frac{3}{2}\right)^2=$$

Řešení:

$$\left(\frac{x}{3}+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{x^2}{9}+2\cdot\frac{x}{3}\cdot\frac{3}{2}+\frac{9}{4}=\boldsymbol{\frac{x^2}{9}+x+\frac{9}{4}}$$

4.2

$$5a\cdot(0{,}4b\ -2a+3)=$$

Řešení:

$$5a\cdot(0{,}4b\ -2a+3)=\boldsymbol{2ab-10a^2+15a}$$

4.3

$$(4+n)\cdot(4-n)+(3n-2)\cdot(-3)=$$

Řešení:

$$(4+n)\cdot(4-n)+(3n-2)\cdot(-3)=16-n^2-9n+6=\boldsymbol{-n^2-9n+22}$$

V záznamovém archu uveďte pouze v podúloze 4.3 celý **postup řešení**.

max. 4 body

5 Řešte rovnici:

5.1

$$6x - 2 = 4 \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right) + 2x$$

Řešení:

$$6x - 2 = 4 \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right) + 2x$$

$$6x - 2 = 4x - 2 + 2x$$

$$0 = 0$$

Rovnice má nekonečně mnoho řešení, x může být libovolné číslo.

5.2

$$3 - y = \frac{3}{4} \cdot (2y - 1) - 2$$

Řešení:

$$3 - y = \frac{3}{4} \cdot (2y - 1) - 2 \quad \Big| \cdot 4$$

$$4 \cdot (3 - y) = 3 \cdot (2y - 1) - 8$$

$$12 - 4y = 6y - 3 - 8$$

$$23 = 10y$$

$$\boldsymbol{y = \frac{23}{10}}$$

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení** (zkoušku nezapisujte).

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 6

Soutěže se zúčastnily tři týmy. Jejich výkony hodnotilo 10 rozhodčích. Každý rozhodčí přidělil každému týmu jedno ze tří možných míst (každému týmu jiné). Tým získal za každé 1. místo **4 body**, za každé 2. místo **2 body** a za každé 3. místo **1 bod**. Zvítězil tým s nejvyšším počtem získaných bodů.

Do tabulky se zapisují počty přidělených míst a celkové počty bodů. **Tým A** získal v soutěži jen o 3 body méně než vítězný tým.

	Počet 1. míst	Počet 2. míst	Počet 3. míst	Celkový počet bodů
Tým A	3	4	3	
Tým B				
Tým C			3	

(*CZVV*)

max. 4 body

6 Vypočtěte,

6.1 kolik bodů získal tým A,

Řešení:

	Počet 1. míst	Počet 2. míst	Počet 3. míst	Celkový počet bodů
Tým A	3 (12 bodů)	4 (8 bodů)	3 (3 body)	**23**
Tým B				
Tým C			3	

Celkový počet bodů týmu A: $3 \cdot 4$ body + $4 \cdot 2$ body + $3 \cdot 1$ bod = **23 bodů**

6.2 kolik bodů získaly dohromady týmy B a C,

Řešení:

	Počet 1. míst	Počet 2. míst	Počet 3. míst	Celkový počet bodů
Tým A	3	4	3	23
Tým B				oba týmy celkem **47**
Tým C			3	
Celkem	10 (40 bodů)	10 (20 bodů)	10 (10 bodů)	70

Všichni rozhodčí dohromady přidělili 10 prvních, 10 druhých a 10 třetích míst.
Celkový počet bodů, které rozhodčí rozdělili mezi tři týmy:
$10 \cdot 4$ body + $10 \cdot 2$ body + $10 \cdot 1$ bod = 70 bodů

Z těchto 70 bodů tým A získal 23 bodů, týmy B a C získaly zbývající body.
Celkový počet bodů týmů B a C dohromady: 70 bodů − 23 bodů = **47 bodů**

6.3 kolik druhých míst získal tým B.

Řešení:

Vítězný tým získal 26 bodů ($23 + 3 = 26$) a na poslední tým zbývá 21 bodů ($47 - 26 = 21$).

	Počet 1. míst	Počet 2. míst	Počet 3. míst	Celkový počet bodů
Tým A	3	4	3	23
Tým B	celkem 6 míst		4	26 nebo 21?
Tým C	celkem 7 míst		3	21 nebo 26?

Každý tým hodnotilo 10 rozhodčích. Týmu B přidělili třetí místo 4 rozhodčí, tedy zbývajících 6 rozhodčích mu přidělilo první nebo druhé místo.

1. Předpokládáme nejprve, že tým B zvítězil, tedy získal celkem 26 bodů.
   Počet druhých míst, které tým B získal, označíme d. Za druhá místa obdržel $2 \cdot d$ bodů.
   Tým B získal $(6 - d)$ prvních míst a obdržel za ně $4 \cdot (6 - d)$ bodů.
   Za třetí místa obdržel 4 body.

   $$\begin{aligned} 4 \cdot (6 - d) + 2 \cdot d + 4 &= 26 \\ 24 - 4d + 2d + 4 &= 26 \\ -2d &= -2 \\ d &= 1 \end{aligned}$$

   Tým B získal celkem 26 bodů, jestliže mu rozhodčí přidělili 5 prvních a **1 druhé místo**.

   Pro úplnost doplníme celou tabulku:

	Počet 1. míst	Počet 2. míst	Počet 3. míst	Celkový počet bodů
Tým A	3	4	3	23
Tým B	5	**1**	4	26
Tým C	2 (8 bodů)	5 (10 bodů)	3 (3 body)	21

2. Kdyby tým B nezvítězil, měl by celkem 21 bodů, z toho 4 body za třetí místa a 17 bodů za první a druhá místa.
   Za každé první místo se získávají 4 body, za každé druhé místo 2 body, proto součet bodů za první a druhá místa nikdy nemůže být lichý, tedy ani 17.
   Další řešení jsme nenašli.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 7

> Při 1. vyučovací hodině bylo v aule čtyřikrát více chlapců než dívek.
> O přestávce před 2. vyučovací hodinou z auly odešlo 10 dívek a 20 chlapců.
>
> (CZVV)

max. 3 body

7 Počet dívek, které byly v aule při 1. vyučovací hodině, označte d.

7.1 V závislosti na veličině d **vyjádřete** počet chlapců, kteří v aule zůstali na 2. vyučovací hodinu.

7.2 **Určete** počet dívek v aule při 1. vyučovací hodině, jestliže po přestávce zůstalo v aule pětkrát více chlapců než dívek.

Řešení:

d … počet dívek, které byly v aule při 1. vyučovací hodině

7.1 Počet chlapců, kteří byli v aule při 1. vyučovací hodině: $4d$
Počet chlapců, kteří v aule zůstali na 2. vyučovací hodinu: $\mathbf{4d - 20}$

7.2 Na 2. vyučovací hodinu zůstalo v aule $(d - 10)$ dívek a pětkrát tolik chlapců.
Počet chlapců, kteří v aule zůstali na 2. vyučovací hodinu: $5 \cdot (d - 10)$

$$4d - 20 = 5 \cdot (d - 10)$$
$$4d - 20 = 5d - 50$$
$$\mathbf{d = 30}$$

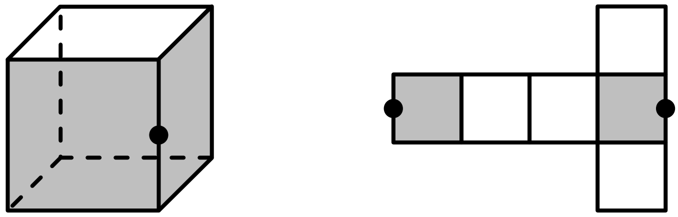
Při 1. vyučovací hodině bylo v aule **30 dívek**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V krychli mají každé dvě sousední stěny jednu společnou hranu.

V síti krychle mohou být některé sousední stěny krychle odděleny. Pak tutéž hranu krychle představují dvě různé úsečky sítě (označené tmavými kolečky).

VZOR:



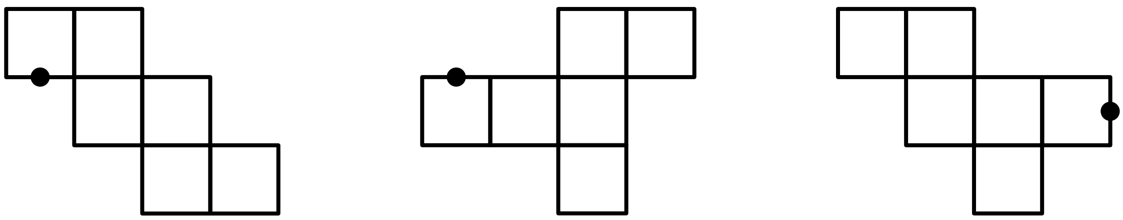
(CZVV)

max. 3 body

8 V každé ze tří následujících sítí krychle je tmavým kolečkem označena jedna z obou úseček představujících tutéž hranu krychle.

Dalším kolečkem označte druhou z těchto úseček.

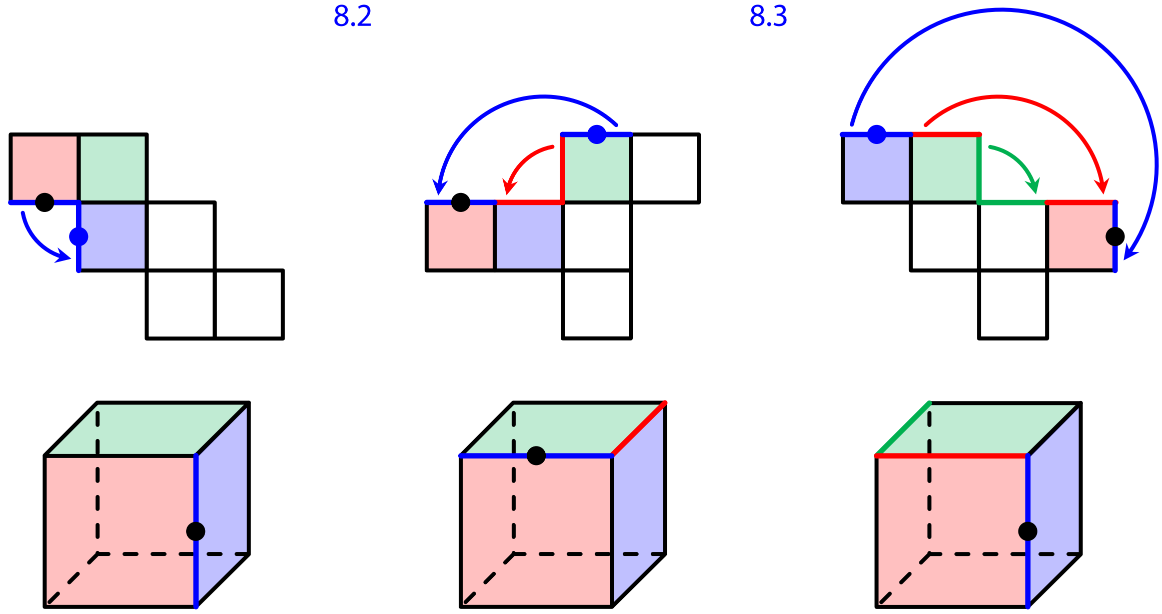
8.1 8.2 8.3



Řešení:

Vyznačíme stejnou barvou úsečky sítě, které při složení krychle splynou v jednu hranu.

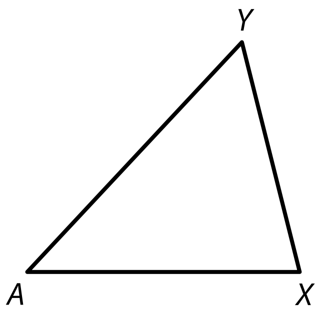
8.1 8.2 8.3



Doporučení pro úlohy **9** a **10**: Rýsujte přímo **do záznamového archu**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V rovině leží trojúhelník *AXY*.



(*CZVV*)

max. 2 body

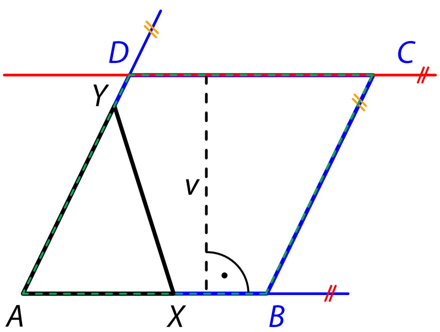
9 Bod *A* je vrchol kosočtverce *ABCD*.
Strany *AB* a *AD* tohoto kosočtverce leží na polopřímkách *AX* a *AY*.
Výška kosočtverce *ABCD* je rovna délce úsečky *AY*.

Sestrojte vrcholy *B*, *C*, *D* kosočtverce *ABCD*, **označte** je písmeny a kosočtverec **narýsujte**.

V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Řešení:

Nejprve sestrojíme náčrtek kosočtverce *ABCD* a vyznačíme v něm zadané údaje.

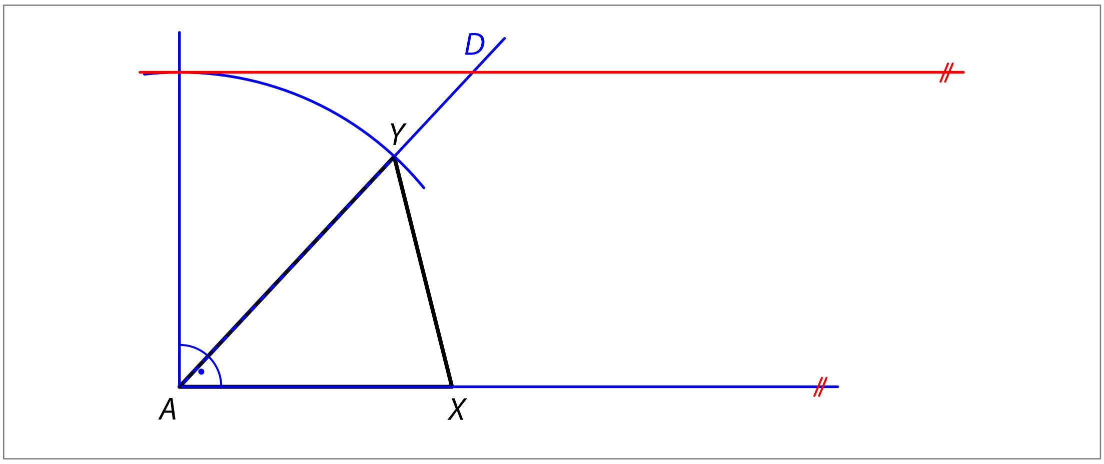


Vyznačíme trojúhelník *AXY* s vrcholy *X*, *Y* na stranách *AB*, *AD*, dále výšku *v*, která je stejně dlouhá jako úsečka *AY*.

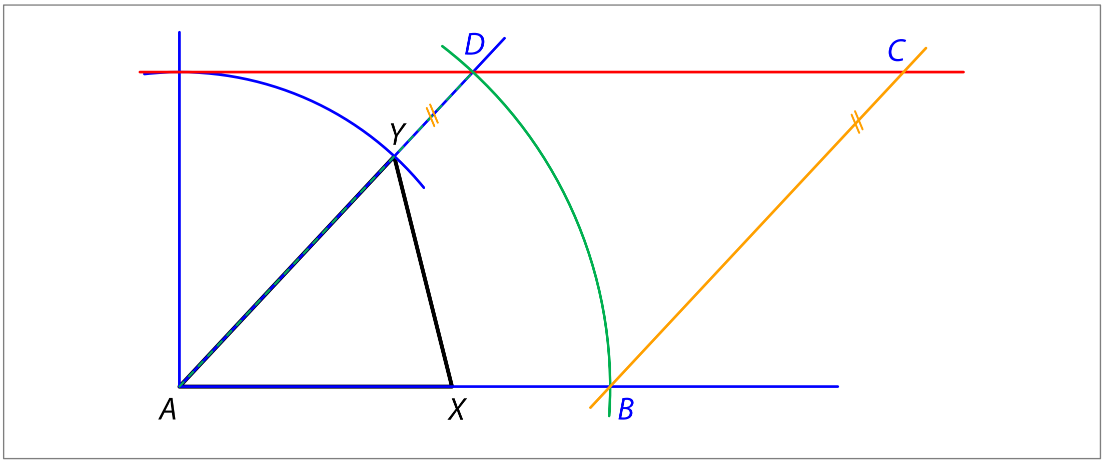
Vrcholy *C*, *D* leží na rovnoběžce s přímkou *AX* ve vzdálenosti $v = |AY|$.
Vrchol *D* leží i na polopřímce *AY*.
Vrchol *B* leží na polopřímce *AX*.
Všechny strany kosočtverce mají stejnou délku a protější strany jsou rovnoběžné.

Konstrukci kosočtverce popíšeme v několika následujících krocích:

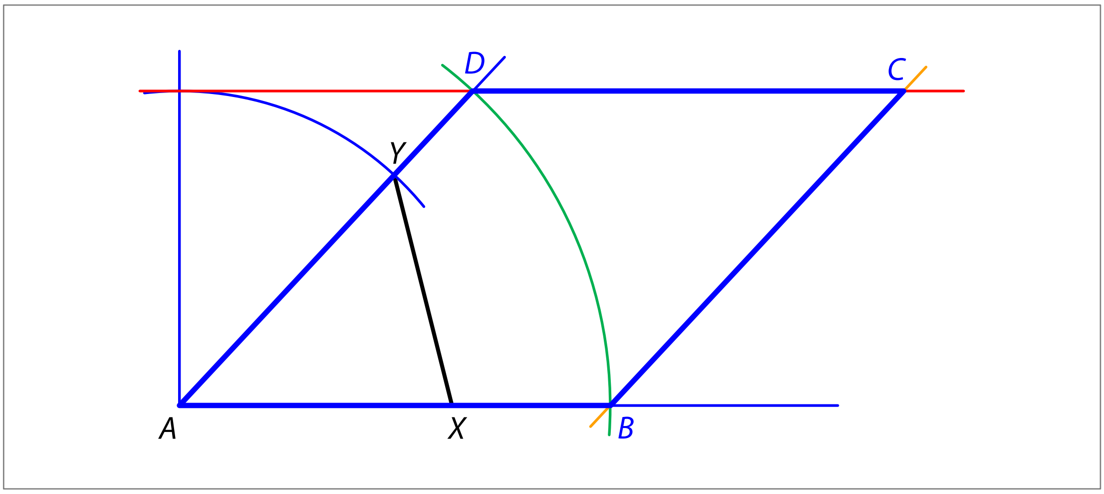
1. V polorovině *AXY* sestrojíme ve vzdálenosti |*AY*| od přímky *AX* rovnoběžnou přímku.
2. Průsečík červené přímky s polopřímkou *AY* je vrchol *D* kosočtverce *ABCD*.



3. Na polopřímce *AX* ve vzdálenosti |*AD*| od bodu *A* sestrojíme vrchol *B* kosočtverce *ABCD*.
4. Bodem *B* vedeme rovnoběžku s přímkou *AY*.
5. Průsečík červené a oranžové přímky je vrchol *C* kosočtverce *ABCD*.



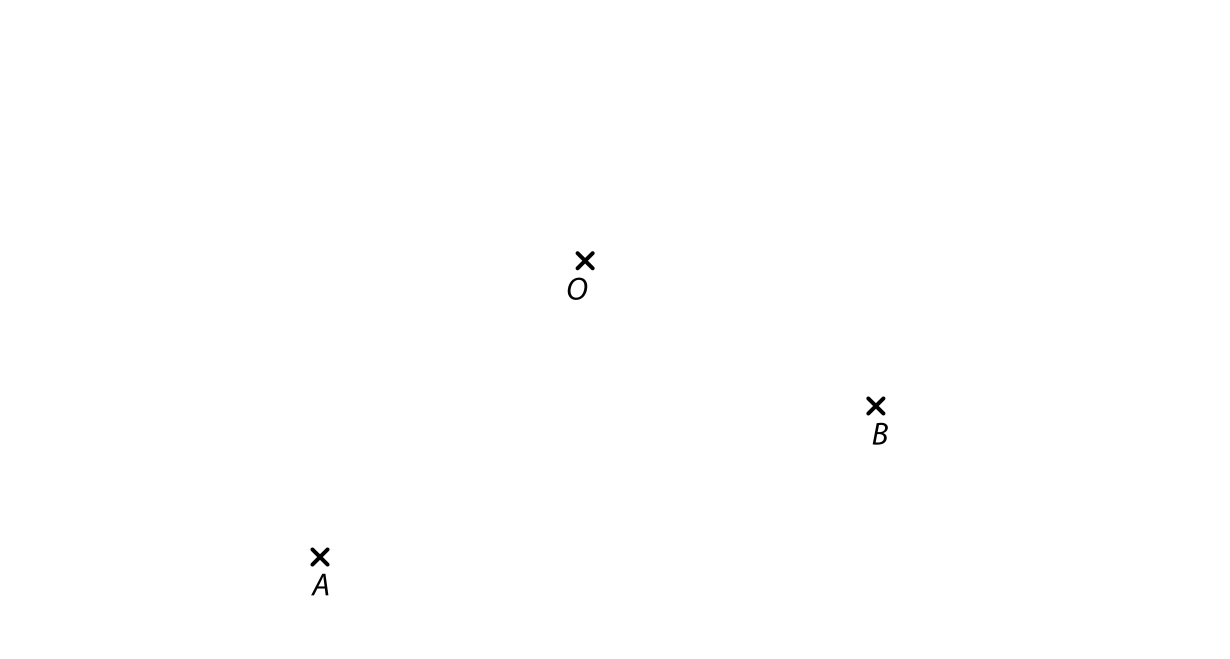
6. Zvýrazníme kosočtverec *ABCD*. (Sestrojené vrcholy musí být označeny písmeny.)



Závěr: Úloha má 1 řešení.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V rovině leží tři různé body *A*, *B* a *O*.



(CZVV)

max. 3 body

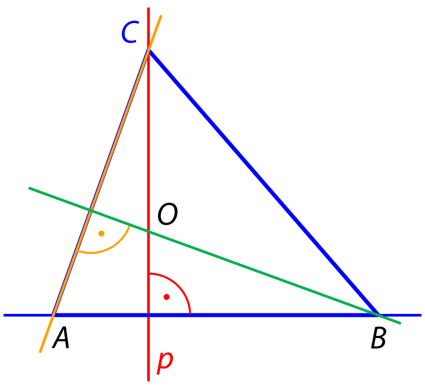
10 Body *A, B* jsou vrcholy trojúhelníku *ABC*.
Bod *O* je průsečík výšek tohoto trojúhelníku.

10.1 **Sestrojte** a **označte** písmenem *p* přímku, na níž leží výška na stranu *AB*.

10.2 **Sestrojte** vrchol *C* trojúhelníku *ABC*, **označte** jej písmenem a trojúhelník **narýsujte**.

V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Řešení:



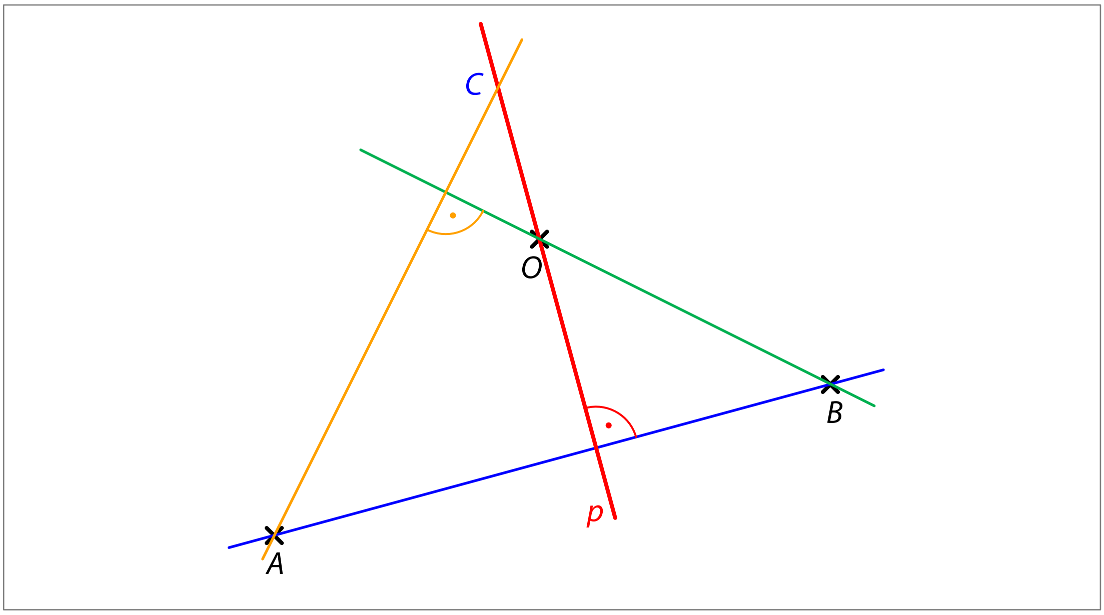
Nejprve sestrojíme náčrtek trojúhelníku *ABC* a vyznačíme v něm zadané údaje.
Jsou to vrcholy *A*, *B* a bod *O*, který je průsečíkem výšek, tedy aspoň dvě z nich rovněž vyznačíme (výška je kolmice spuštěná z vrcholu trojúhelníku na protější stranu).

10.1 Výška na stranu *AB* leží na přímce *p*, která je kolmá k přímce *AB* a prochází bodem *O*.

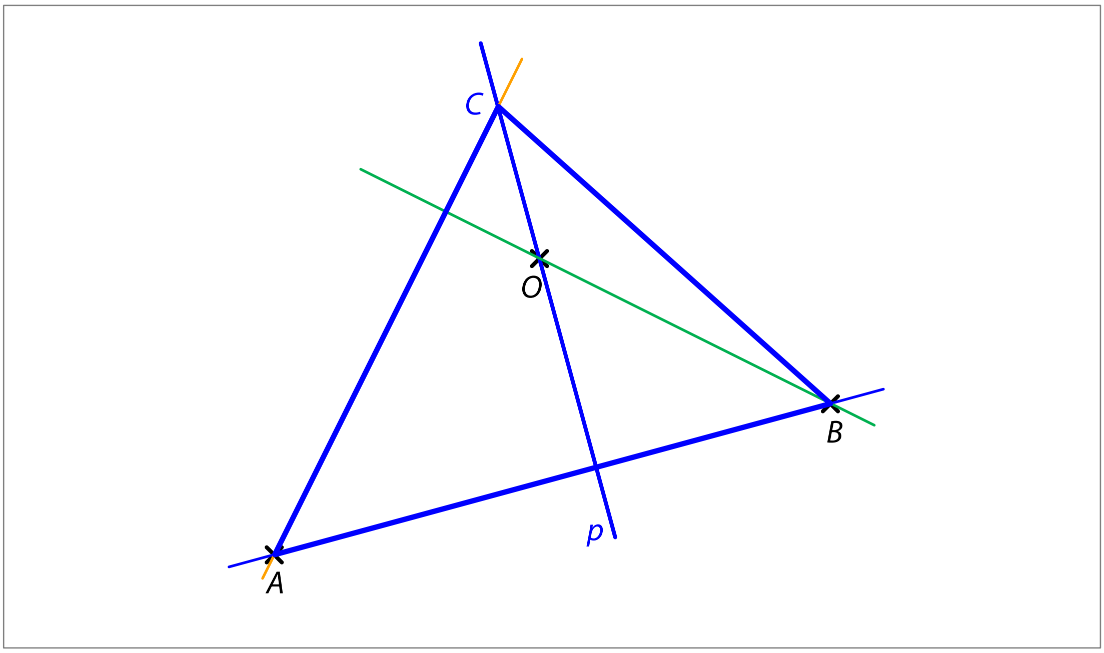
10.2 Výška na stranu *AC* leží na přímce *BO*, která je kolmá ke straně *AC*.
Vrchol *C* leží na přímce *p* a rovněž na kolmici k přímce *BO* vedené bodem *A*.

Konstrukci trojúhelníku popíšeme v několika následujících krocích:

1. Bodem *O* vedeme přímku *p* kolmou k přímce *AB*.
   (Úloha 9.1 je vyřešena. Sestrojená přímka musí být označena písmenem.)
2. Sestrojíme přímku *BO*.
3. Bodem *A* vedeme kolmici k přímce *BO*.
4. Průsečík oranžové přímky s přímkou *p* je vrchol *C* trojúhelníku *ABC*.



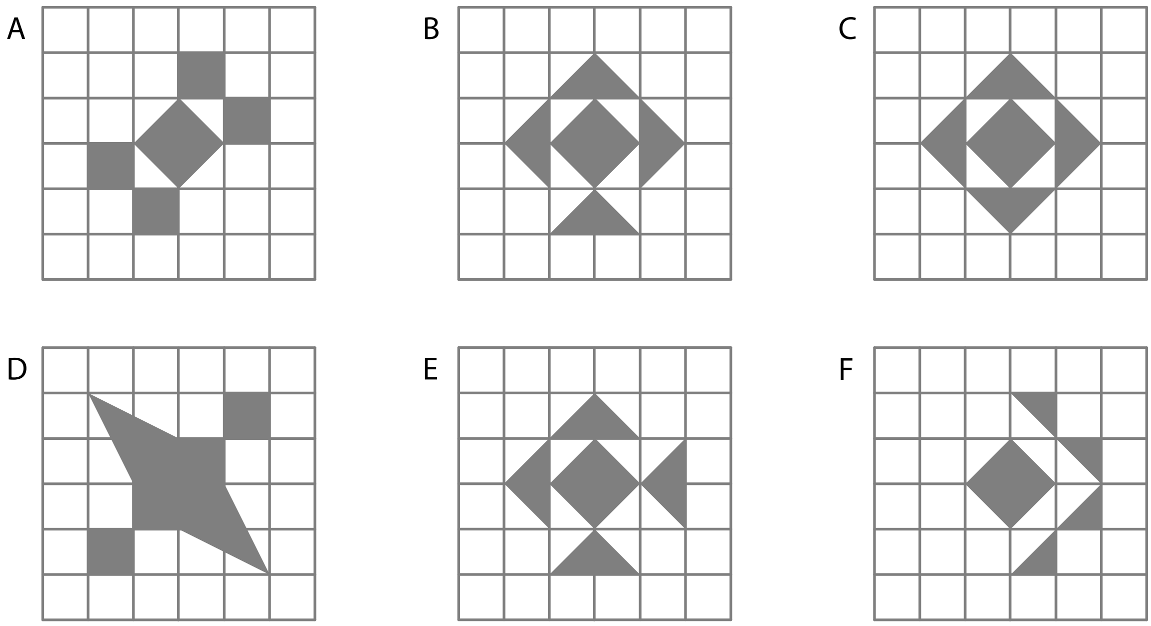
5. Sestrojíme trojúhelník *ABC* a zvýrazníme ho. (Sestrojený vrchol musí být označen písmenem.)



Závěr: Úloha má 1 řešení.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

Šest obrazců A–F ve čtvercové síti se skládá ze čtverců a trojúhelníků. Všechny vrcholy obrazců jsou v mřížových bodech.



(*CZVV*)

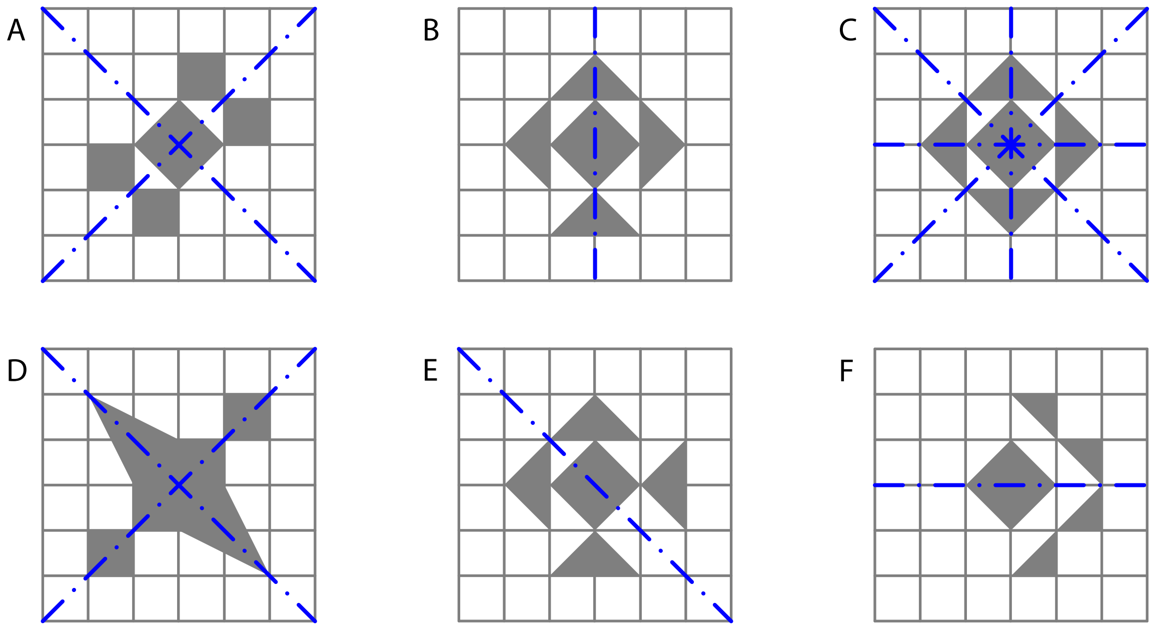
max. 4 body

11 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (11.1–11.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

		A	N
11.1	Právě 4 osy souměrnosti má pouze jeden obrazec.	☒	☐
11.2	Právě 1 osu souměrnosti mají pouze 2 obrazce, a to B a F.	☐	☒
11.3	Právě 2 osy souměrnosti mají pouze 2 obrazce.	☒	☐

Řešení:

Do každé čtvercové sítě zakreslíme všechny osy souměrnosti obrazce.



11.1 Právě 4 osy souměrnosti má pouze obrazec C.
Tvrzení 11.1 je **pravdivé**.

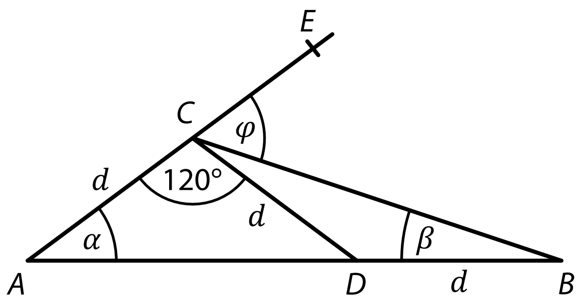
11.2 Právě 1 osu souměrnosti mají pouze 3 obrazce, a to B, E a F.
Tvrzení 11.2 je **nepravdivé**.

11.3 Právě 2 osy souměrnosti mají pouze 2 obrazce, a to A a D.
Tvrzení 11.3 je **pravdivé**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 12

Na úsečce *AB* leží bod *D*, na polopřímce *AE* bod *C*.

Úsečky *AC*, *CD* a *BD* mají stejnou délku d.



(CZVV)

2 body

12 Jaký je součet úhlů $\alpha + \beta + \varphi$?

Velikosti úhlů neměřte, ale vypočtěte.

A) 90°

B) 85°

C) 80°

D) 75°

E) jiná velikost

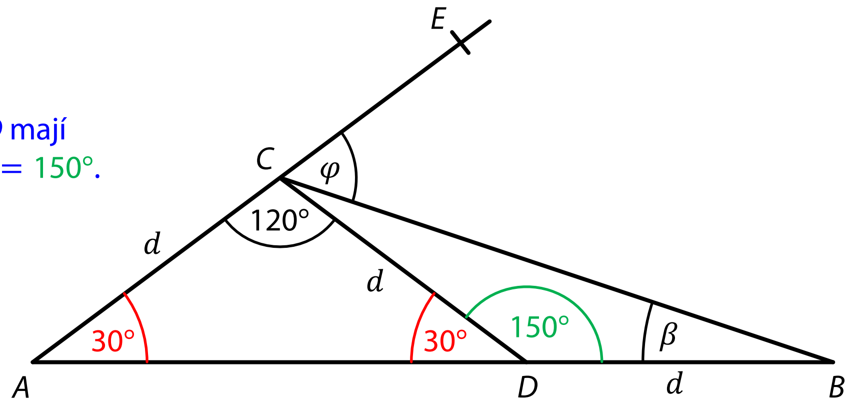
Řešení:

Trojúhelník *ADC* je rovnoramenný, vnitřní úhly při základně *AD* mají stejnou velikost α.

$2\alpha = 180° - 120° = 60°$

$\alpha = 60° : 2 = 30°$

Vedlejší úhly při vrcholu *D* mají velikosti 30° a 180° − 30° = 150°.



Rovněž trojúhelník *BCD* je rovnoramenný a oba vnitřní úhly při základně *BC* mají velikost β.

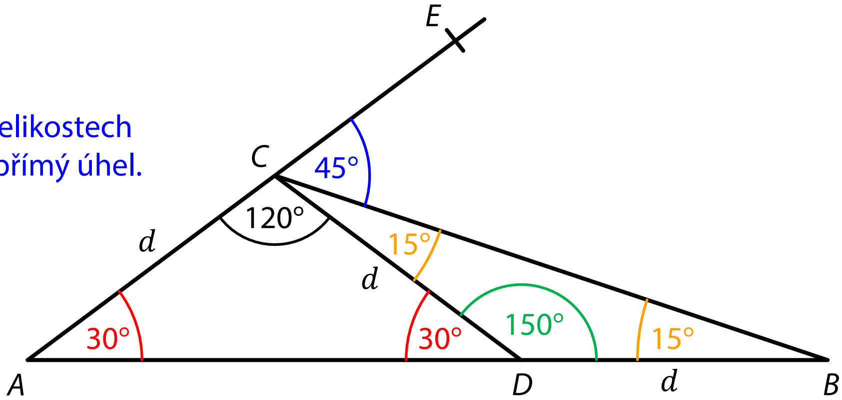
$2\beta = 180° - 150° = 30°$

$\beta = 30° : 2 = 15°$

Při vrcholu *C* tvoří úhly o velikostech 120°, 15° a φ dohromady přímý úhel.

$120° + 15° = 135°$

$\varphi = 180° - 135° = 45°$



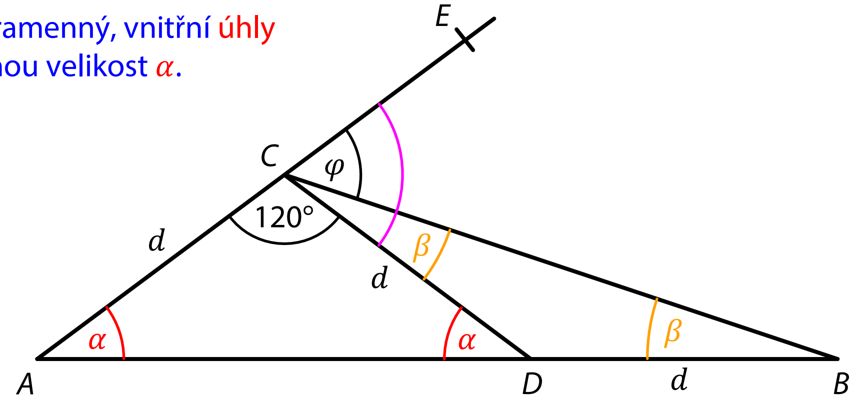
Součet úhlů: $\alpha + \beta + \varphi = 30° + 15° + 45° = \mathbf{90}°$

Jiný způsob řešení:

Trojúhelník *ADC* je rovnoramenný, vnitřní úhly při základně *AD* mají stejnou velikost α.

$2\alpha = 180° - 120° = 60°$

$\alpha = 60° : 2 = 30°$



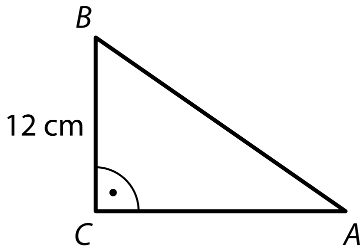
Rovněž trojúhelník *BCD* je rovnoramenný a oba vnitřní úhly při základně *BC* mají velikost β.

Úhel *ECD* o velikosti $\beta + \varphi$ je vedlejší k úhlu *DCA*: $\beta + \varphi = 180° - 120° = 60°$

Součet úhlů: $\alpha + \beta + \varphi = 30° + 60° = \mathbf{90}°$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

Obsah pravoúhlého trojúhelníku *ABC* je 96 cm^2.
Délka odvěsny *BC* je 12 cm.



(*CZVV*)

2 body

13 Jaká je délka přepony *AB*?

A) menší než 15 cm

B) 15 cm

C) 18 cm

D) 20 cm

E) větší než 20 cm

Řešení:

Délky stran trojúhelníku *ABC* označíme a, b, c a jeho obsah S.

$S = 96\text{ cm}^2, \qquad a = 12\text{ cm}$

$S = \dfrac{a \cdot b}{2}$

$b = \dfrac{2S}{a} = \dfrac{2 \cdot 96\text{ cm}^2}{12\text{ cm}} = \dfrac{96\text{ cm}^2}{6\text{ cm}} = 16\text{ cm}$

$c = \sqrt{12^2 + 16^2}\text{ cm} = \sqrt{144 + 256}\text{ cm} = \sqrt{400}\text{ cm} = \mathbf{20\text{ cm}}$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

> Školu navštěvuje 400 žáků.
> Každý žák školy se učí anglicky nebo německy, někteří studují dokonce oba jazyky.
> Anglicky se učí 72 % žáků školy. Třetina žáků, kteří se učí anglicky, se učí také německy.
> *(CZVV)*

2 body

14 Kolik žáků školy se učí německy?

A) 96

B) 112

C) 180

D) 198

E) 208

Řešení:

Počet žáků, kteří se učí anglicky: $0,72 \cdot 400 = 288$
Počet žáků, kteří se učí dva jazyky – anglicky i německy: $288 : 3 = 96$

Počet žáků, kteří se učí pouze anglicky (ne současně německy): $288 - 96 = 192$
Počet žáků, kteří se učí německy (nejsou to ti, kteří se učí pouze anglicky): $400 - 192 = \mathbf{208}$

Jiný způsob řešení

Počet procent žáků školy, kteří se učí pouze anglicky (ne současně německy):
$\frac{2}{3} \cdot 72\,\% = 48\,\%$

Počet procent žáků školy, kteří se učí německy: $100\,\% - 48\,\% = 52\,\%$
Počet žáků, kteří se učí německy: $0,52 \cdot 400 = \mathbf{208}$

---

max. 6 bodů

15 Přiřaďte ke každé úloze (15.1–15.3) odpovídající výsledek (A–F).

15.1 Ze všech 420 hotelových pokojů bylo včera 15 % pokojů obsazených.
Dnes je obsazených pokojů o dvě třetiny více než včera.

Kolik hotelových pokojů je dnes obsazených? B

Řešení:

Včerejší počet obsazených pokojů: $0,15 \cdot 420 = 63$
Třetina včerejšího počtu obsazených pokojů: $63 : 3 = 21$

Dnešní počet obsazených pokojů: $63 + 2 \cdot 21 = \mathbf{105}$

Jiný způsob řešení:

O dvě třetiny více než 15 % je 25 %, tj. čtvrtina.

Dnešní počet obsazených pokojů: $420 : 4 = \mathbf{105}$

15.2 Filip má startovní číslo, jehož třetina je o 9 větší než jeho čtvrtina.

Jaké startovní číslo má Filip? C

Řešení:

Určíme, jakou část startovního čísla tvoří rozdíl mezi jeho třetinou a čtvrtinou:

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4-3}{12} = \frac{1}{12}$$

$\frac{1}{12}$ startovního čísla ... 9

celé startovní číslo ... $9 \cdot 12 = \mathbf{108}$

Jiný způsob řešení:

Filipovo startovní číslo označíme x.
Platí:

$$\frac{x}{3} = \frac{x}{4} + 9 \quad \Big| \cdot 12$$
$$4x = 3x + 108$$
$$x = \mathbf{108}$$

15.3 V krabičce bylo 96 matiček. Pak jsme z krabičky odebrali šestinu matiček a přidali do ní šroubky. Nyní je v krabičce o 50 % více šroubků než matiček.

Kolik šroubků je nyní v krabičce? E

Řešení:

Počet odebraných matiček: $96 : 6 = 16$
Počet matiček v krabičce po odebrání: $96 - 16 = 80$

Počet šroubků: $1{,}5 \cdot 80 = \mathbf{120}$

Jiný způsob řešení:

Počet matiček, které zůstaly v krabičce: $\frac{5}{6} \cdot 96$

Počet šroubků: $1{,}5 \cdot \frac{5}{6} \cdot 96 = \frac{15}{12} \cdot 96 = \mathbf{120}$

A) 96

B) 105

C) 108

D) 115

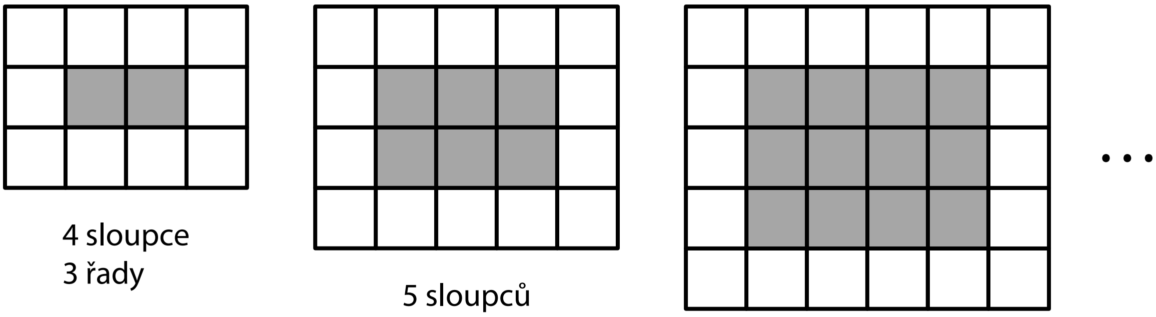
E) 120

F) jiný výsledek

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 16

Obdélníková mozaika z bílých a šedých čtverců se tvoří podle následujících pravidel:

- Počet sloupců v obdélníku je o 1 větší než počet řad.
- Šedý obdélník obklopují bílé čtverce pouze v jedné vrstvě.



(CZVV)

max. 4 body

16 Vypočtěte,

16.1 kolik **šedých** čtverců je v mozaice, která obsahuje celkem 12 řad,

Řešení:

V každé mozaice je sloupců o 1 více než řad.
Šedý obdélník má o 2 řady a o 2 sloupce méně, než má mozaika.

V mozaice o 12 řadách má šedý obdélník 10 řad a 11 sloupců.
Počet šedých čtverců v této mozaice: $10 \cdot 11 = \mathbf{110}$

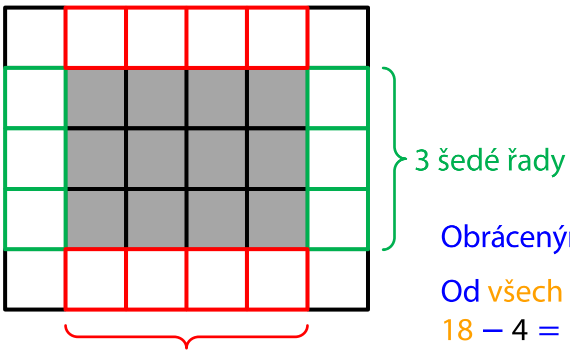
16.2 kolik **šedých** čtverců je v mozaice, která má 70 bílých čtverců,

16.3 kolik **bílých** čtverců je v mozaice, která má celkem 380 čtverců (šedých i bílých).

Řešení:

Řešení úloh 16.2 a 16.3 objasníme na třetí mozaice.
(Uvedeme jeden z mnoha možných postupů.)

V mozaice je 6 sloupců a 5 řad



Počet všech čtverců: $6 \cdot 5 = 30$

Počet šedých čtverců: $4 \cdot 3 = 12$

Počet bílých čtverců: $30 - 12 = 18$,
případně $(4 + 3) \cdot 2 + 4 = 18$

Obráceným postupem lze určit počet šedých sloupců a řad:

Od všech bílých čtverců odečteme 4 čtverce v rozích:
$18 - 4 = 14$
Polovina počtu zbývajících bílých čtverců je součet
počtu šedých sloupců a šedých řad: $14 : 2 = 7 = 4 + 3$

16.2 Mozaika obsahuje 70 bílých čtverců.

Počet šedých sloupců a řad:
$70 - 4 = 66$
$66 : 2 = 33 = 17 + 16$

Počet šedých čtverců: $17 \cdot 16 = \mathbf{272}$

16.3 Počet všech čtverců v mozaice je 380.

Nejprve musíme určit počet řad a sloupců mozaiky:
Protože počet sloupců a řad v mozaice se liší o 1, číslo 380 zapíšeme jako součin dvou čísel, která se liší o 1: $380 = 20 \cdot 19$
(Číslo 380 můžeme postupně rozložit: $380 = 10 \cdot 38 = 10 \cdot 2 \cdot 19 = 20 \cdot 19$)

Mozaika má 20 sloupců a 19 řad, tedy 18 šedých sloupců a 17 šedých řad.

Počet bílých čtverců: $380 - 18 \cdot 17 = \mathbf{74}$,
případně $(18 + 17) \cdot 2 + 4 = \mathbf{74}$

Konal(a) zkoušku ☐ Vyloučen(a) ☐ Nepřítomen(na) či nedokončil(a) ☐

MATEMATIKA 9

List 1 ze 2

Jméno a příjmení: FILIP VESELÝ

DIDAKTICKÝ TEST – STRANA 1–4

1

30 král

2

2.1 120

2.2 0,08

3 Uveďte postup řešení.

3.1

$$\frac{\frac{5}{2}-\frac{2}{5}}{(-7)^2} = \frac{25-4}{10} : 49 = \frac{21}{10}\cdot\frac{1}{49} = \frac{3}{10}\cdot\frac{1}{7} = \underline{\underline{\frac{3}{70}}}$$

3.2

$$\frac{5}{3}\cdot\frac{9}{50}\cdot\left(1-\frac{4}{9}\right)-\frac{2}{3} = \frac{3}{10}\cdot\frac{9-4}{9}-\frac{2}{3} =$$

$$= \frac{1}{10}\cdot\frac{5}{3}-\frac{2}{3} = \frac{1}{6}-\frac{4}{6} = -\frac{3}{6} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}}$$

4

4.1

$$\frac{x^2}{9}+x+\frac{9}{4}$$

4.2

$$2ab-10a^2+15a$$

4.3 Uveďte postup řešení.

$$(4+n)\cdot(4-n)+(3n-2)\cdot(-3) =$$

$$= 16-n^2-9n+6 = \underline{\underline{-n^2-9n+22}}$$

5 Uveďte postup řešení.

5.1

$6x - 2 = 4 \cdot (x - \frac{1}{2}) + 2x$

$6x - 2 = 4x - 2 + 2x$

$6x - 2 = 6x - 2$

$0 = 0$

Nekonečně mnoho řešení, $x \in R$.

5.2

$3 - y = \frac{3}{4} \cdot (2y - 1) - 2 \quad / \cdot 4$

$4 \cdot (3 - y) = 3 \cdot (2y - 1) - 8$

$12 - 4y = 6y - 3 - 8$

$23 = 10y$

$y = 2{,}3$

6

6.1 23 kodů

6.2 47 kodů

6.3 1 druhé místo

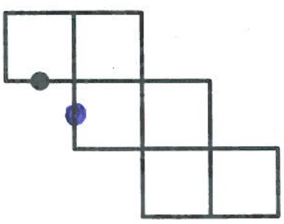
7

7.1 4d - 20

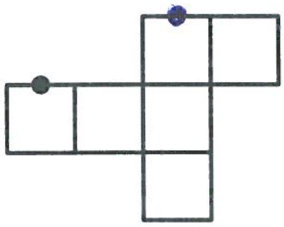
7.2 30 dívek

8

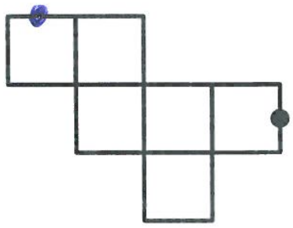
8.1



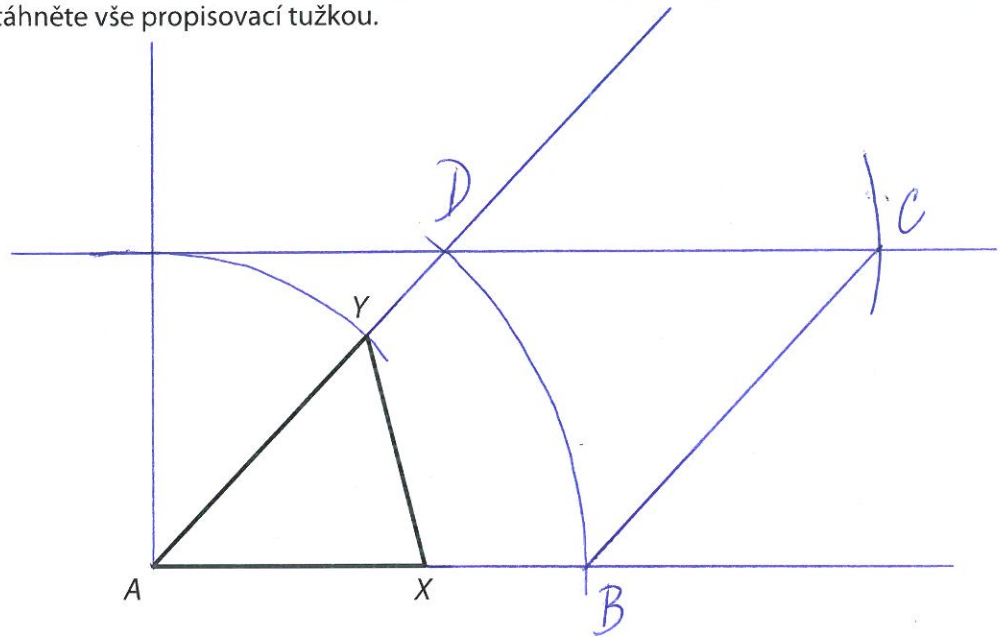
8.2



8.3

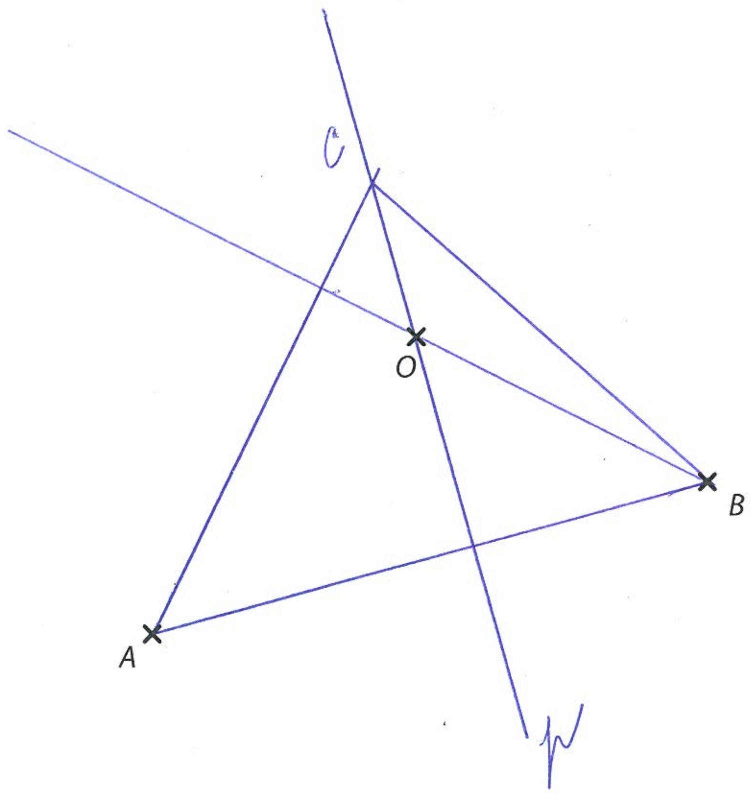


9 Obtáhněte vše propisovací tužkou.



10 Obtáhněte vše propisovací tužkou.

10.1–10.2



11	A	N
11.1	X	
11.2		X
11.3	X	

	A	B	C	D	E
12	X				
13				X	
14					X

15	A	B	C	D	E	F
15.1		X				
15.2			X			
15.3					X	

16	16.1	16.2	16.3
	110	272	74