MATEMATIKA 7

M7PBD22C0T02

DIDAKTICKÝ TEST

Jméno a příjmení

Počet úloh: 16

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů

Povolené pomůcky: pouze psací a rýsovací potřeby

1 Základní informace k zadání zkoušky

- **Časový limit** pro řešení didaktického testu **je uveden na záznamovém archu**.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Za neuvedené řešení úlohy či za nesprávné řešení úlohy jako celku **se neudělují záporné body**.
- **Odpovědi pište do záznamového archu.**
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- Didaktický test obsahuje **otevřené** a **uzavřené úlohy**. Uzavřené úlohy obsahují nabídku odpovědí. U každé takové úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.

2 Pravidla správného zápisu do záznamového archu

- Řešení úloh zapisujte do záznamového archu **modře nebo černě** píšící propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.
- V konstrukčních úlohách rýsujte tužkou a následně vše obtáhněte propisovací tužkou.

2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

- Řešení úloh **pište čitelně** do vyznačených bílých polí záznamového archu.

1 ☐

- Pokud budete chtít provést opravu, původní zápis přeškrtněte a nový uveďte do stejného pole.
- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- Zápisy uvedené mimo vyznačená bílá pole záznamového archu nebudou hodnoceny.

2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.

	A	B	C	D	E
14	☐	☐	☒	☐	☐

- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, pečlivě zabarvěte původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.

	A	B	C	D	E
14	☒	☐	■	☐	☐

- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědí (např. dva křížky u jedné otázky) bude považován za nesprávnou odpověď.

TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYN!

V úlohách **1**, **2**, **4**, **5**, **6** a **16** přepište **do záznamového archu** pouze **výsledky**.

max. 2 body

1 Číslo 6 je dělitelné číslem 3 a při dělení číslem 5 dává zbytek 1.

Najděte všechna čísla větší než 10 a menší než 50, která jsou dělitelná číslem 3 a při dělení číslem 5 dávají zbytek 1.

Řešení:

Čísla větší než 10 a menší než 50, která při dělení 5 dávají zbytek 1:
11; 16; 21; 26; 31; 36; 41; 46

Z nich čísla dělitelná třemi: **21; 36**

---

max. 3 body

2 **Doplňte do rámečku takové číslo, aby platila rovnost:**

2.1

1 hodina = 20 minut + $\boxed{}$ sekund

Řešení:

Řešíme v sekundách (s):

1 h = 3 600 s, 20 min = 20 · 60 s = 1 200 s

3 600 s = 1 200 s + $\boxed{\mathbf{2\,400}}$ s

2.2

$26\ \text{m}^2 + \boxed{}\ \text{dm}^2 = 36\ \text{m}^2 - 18\,000\ \text{cm}^2$

Řešení:

Řešíme v dm^2:

$2\,600\ \text{dm}^2 + \boxed{?}\ \text{dm}^2 = 3\,600\ \text{dm}^2 - 180\ \text{dm}^2$

$2\,600\ \text{dm}^2 + \boxed{\mathbf{820}}\ \text{dm}^2 = 3\,420\ \text{dm}^2$

V záznamovém archu uveďte **čísla doplněná do rámečků**.

Doporučení: Úlohu **3** řešte přímo **v záznamovém archu**.

max. 4 body

3 Vypočtěte a výsledek zapište zlomkem v základním tvaru.

3.1

$$2 \cdot \frac{7}{48} - \frac{7}{8} =$$

Řešení:

$$2 \cdot \frac{7}{48} - \frac{7}{8} = \frac{7}{24} - \frac{7}{8} = \frac{7-21}{24} = -\frac{14}{24} = -\frac{7}{12}$$

3.2

$$\frac{\frac{6}{7} \cdot \frac{2}{3}}{\frac{6}{7} + \frac{2}{3}} =$$

Řešení:

$$\frac{\frac{6}{7} \cdot \frac{2}{3}}{\frac{6}{7} + \frac{2}{3}} = \frac{\frac{2}{7} \cdot \frac{2}{1}}{\frac{18+14}{21}} = \frac{\frac{4}{7}}{\frac{32}{21}} = \frac{4}{7} \cdot \frac{21}{32} = \frac{1}{1} \cdot \frac{3}{8} = \frac{3}{8}$$

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy **postup řešení**.

---

max. 4 body

4

4.1 Od startovní čáry vyběhli současně 4 běžci. Každý doběhl do cíle v jiném čase.
Eda nebyl první ani poslední.
Leoš se umístil těsně před Adamem a Adam doběhl později než Honza.

Zapište běžce ve stejném pořadí, v jakém doběhli do cíle.
Každého běžce označte počátečním písmenem jeho jména.

Řešení:

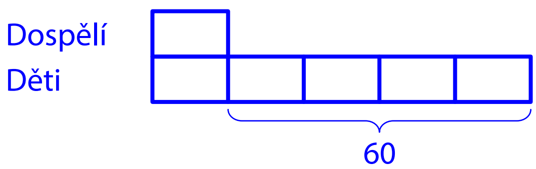
1. krok	?? L A ??	Leoš se umístil těsně před Adamem.
2. krok	? H ? L A ?	Adam doběhl později než Honza.
3. krok	**H E L A**	Eda nebyl první ani poslední.

4.2 Na výletě bylo pětkrát více dětí než dospělých. Dospělých bylo o 60 méně než dětí.

Vypočtěte, kolik dětí bylo na výletě.

Řešení:

Počet dospělých na výletě: 60 : 4 = 15
Počet dětí na výletě: 60 + 15 = **75**



VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 5

V rekreační chatě je několik pokojů. V jednom pokoji jsou 2 lůžka a v každém z ostatních pokojů jsou $\frac{3}{10}$ všech lůžek, která jsou v rekreační chatě.

(*CZVV*)

max. 2 body

5 Určete

5.1 počet všech lůžek v rekreační chatě,

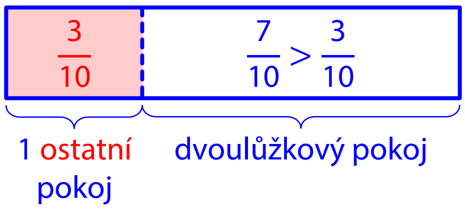
5.2 počet pokojů v rekreační chatě.

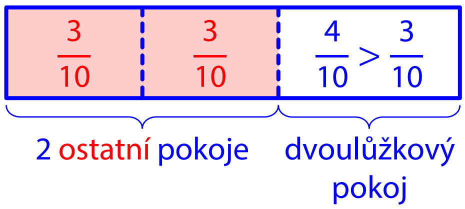
Řešení:

V rekreační chatě je jeden dvoulůžkový pokoj
a několik ostatních pokojů, z nichž každý obsahuje $\frac{3}{10}$ všech lůžek chaty.

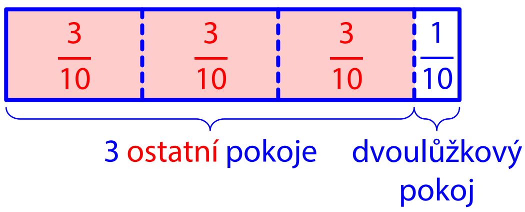
Počet lůžek v pokoji je celočíselný, každý z ostatních pokojů obsahuje tedy alespoň 3 lůžka.
Dvoulůžkový pokoj má méně lůžek, obsahuje proto méně než $\frac{3}{10}$ všech lůžek chaty.

Do chaty budeme postupně umísťovat ostatní pokoje:





Na dvoulůžkový pokoj zatím připadá více než $\frac{3}{10}$ všech lůžek.



2lůžkový pokoj	...	$\frac{1}{10}$ všech lůžek	...	2 lůžka
Ostatní pokoj	...	$\frac{3}{10}$ všech lůžek	...	6 lůžek
Celá chata	...	$\frac{10}{10}$ všech lůžek	...	20 lůžek

V chatě nemůžou být více než 3 ostatní pokoje $\left(4 \cdot \frac{3}{10} = \frac{12}{10} > 1\right)$.

5.1 V chatě je celkem **20 lůžek**.

5.2 V chatě jsou **4 pokoje**.

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 6

Tabulka udává některé údaje o loňském a letošním prodeji pšenice a ječmene.

	Loni		Letos	
	hmotnost v tunách	cena v Kč za tunu	hmotnost v tunách	cena v Kč za tunu
Pšenice	200			5 800
Ječmen	90	4 200		4 800

(*CZVV*)

max. 3 body

6

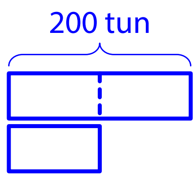
6.1 Letos se prodalo o polovinu méně pšenice než loni.

Vypočtěte, kolik tun pšenice se prodalo letos.

Řešení:

Hmotnost pšenice prodané loni

letos



200 tun : 2 = **100 tun**

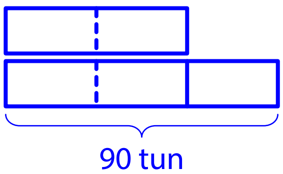
6.2 Loni se prodalo o polovinu více ječmene než letos.

Vypočtěte, kolik tun ječmene se prodalo letos.

Řešení:

Hmotnost ječmene prodaného letos

loni



Hmotnost ječmene prodaného loni 3 díly ... 90 tun
1 díl ... 30 tun (90 : 3 = 30)
letos 2 díly ... **60 tun** (30 · 2 = 60)

6.3 Tuna pšenice byla i loni dražší než tuna ječmene.
Jejich loňské ceny byly v poměru 4 : 3.

Vypočtěte, za kolik Kč se loni prodávala tuna pšenice.

Řešení:

Loňská cena tuny pšenice : loňská cena tuny ječmene
4 : 3

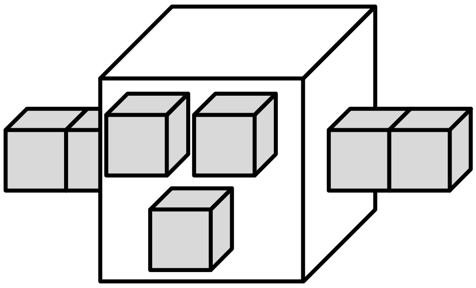
Loňská cena tuny ječmene 3 díly ... 4 200 Kč
1 díl ... 1 400 Kč (4 200 : 3 = 1 400)
pšenice 4 díly ... **5 600 Kč** (1 400 · 4 = 5 600)

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Dřevěná hlava robota byla slepena z jedné velké a 7 shodných malých krychlí.

Po slepení byly části vyčnívající z velké krychle obarveny na šedo, všechny ostatní plochy na bílo. (Bílá je i spodní stěna velké krychle, neobarvené zůstaly jen slepené plochy.)

Jedna **stěna** malé krychle má obsah 9 cm^2.
Velká krychle má hranu délky 10 cm.



(*CZVV*)

max. 4 body

7 Vypočtěte

7.1 v cm^2 celkový obsah všech **šedých** ploch,

Řešení:

Počet šedých stěn malých krychlí: $5 \cdot 5 + 2 \cdot 4 = 33$
Celkový obsah všech šedých ploch: $S_š = 33 \cdot 9\ \text{cm}^2 = \mathbf{297\ cm^2}$

7.2 v cm^2 celkový obsah všech **bílých** ploch,

Řešení:

Na stěnách velké krychle je 5 čtverců zakrytých přilepenými malými krychlemi.
Celkový obsah všech bílých ploch: $S_b = (6 \cdot 10 \cdot 10 - 5 \cdot 9)\ \text{cm}^2 = \mathbf{555\ cm^2}$

7.3 v cm^3 **objem** celé hlavy robota (tj. objem všech krychlí dohromady).

Řešení:

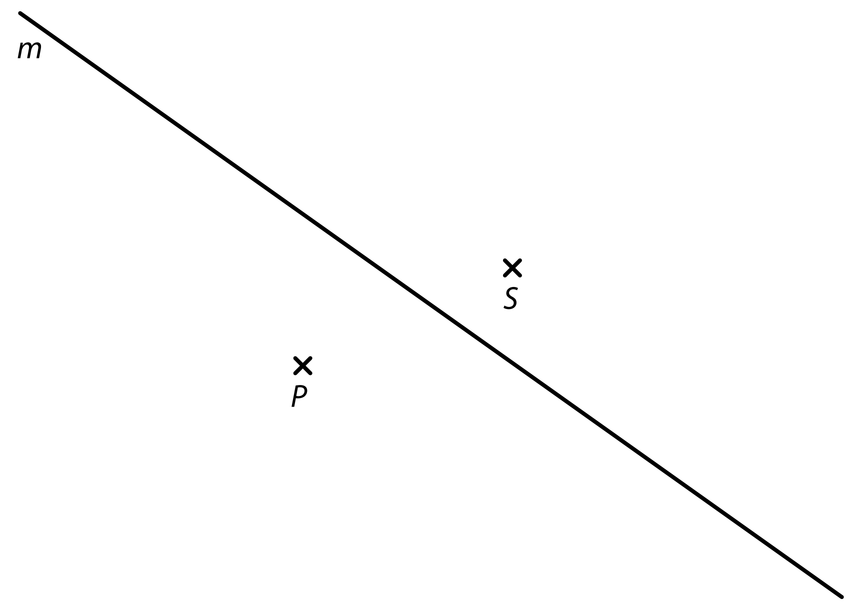
Délka hrany malé krychle je 3 cm (3 cm · 3 cm = 9 cm^2).
Objem celé hlavy robota: $V = (10 \cdot 10 \cdot 10 + 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3)\ \text{cm}^3 = \mathbf{1\,189\ cm^3}$

V záznamovém archu uveďte ve všech částech úlohy **postup řešení**.

Doporučení pro úlohy **8** a **9**: Rýsujte přímo **do záznamového archu**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V rovině leží body *P*, *S* a přímka *m*.



(*CZVV*)

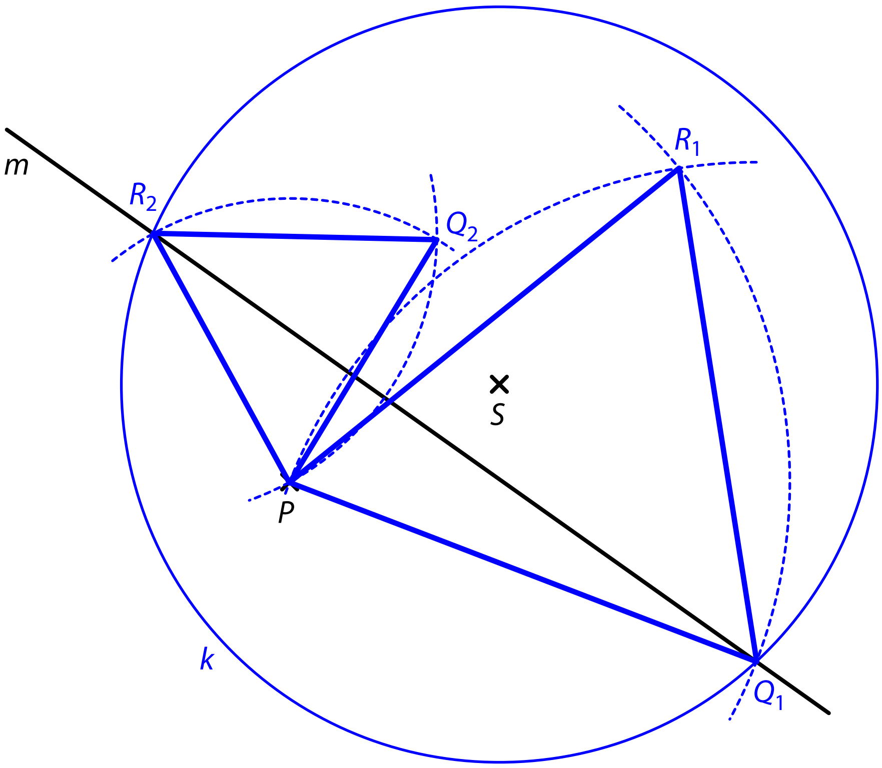
max. 3 body

8 Bod *S* je střed kružnice *k*, která má poloměr 5 cm.
Bod *P* je vrchol **rovnostranného** trojúhelníku *PQR*.
Další vrchol tohoto trojúhelníku leží v průsečíku přímky *m* s kružnicí *k* a poslední vrchol trojúhelníku *PQR* leží uvnitř kružnice *k*.

Sestrojte vrcholy *Q*, *R* trojúhelníku *PQR*, **označte** je písmeny a trojúhelník **narýsujte**.
Najděte všechna řešení.

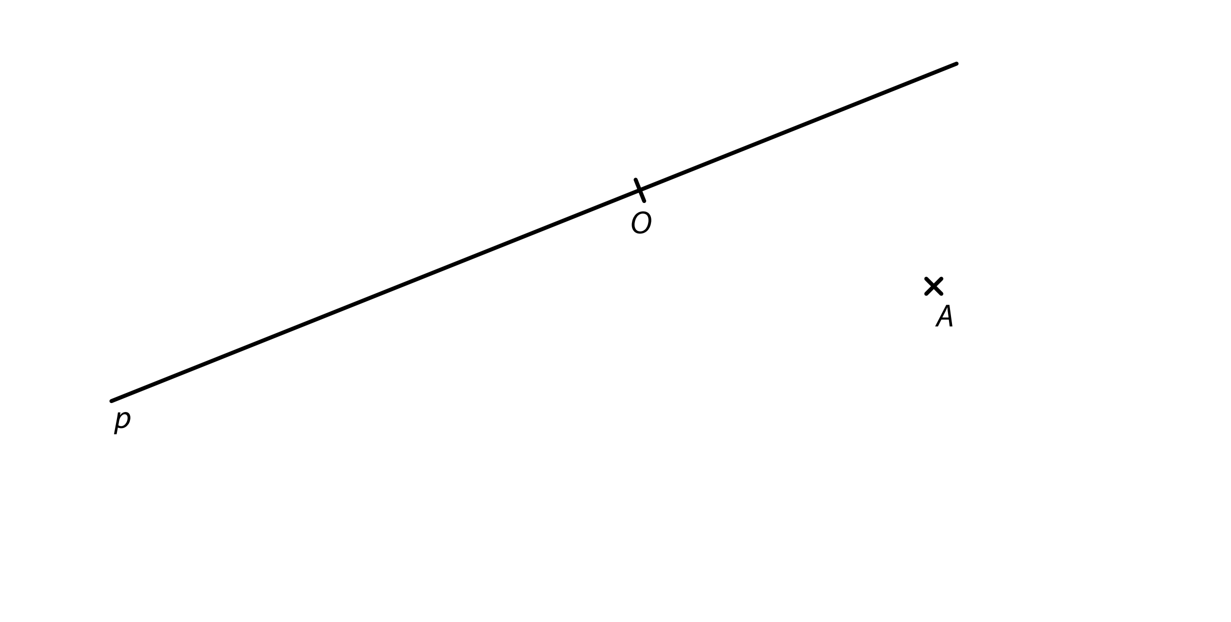
V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Řešení:



VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V rovině leží body *A*, *O* a přímka *p* procházející bodem *O*.



(CZVV)

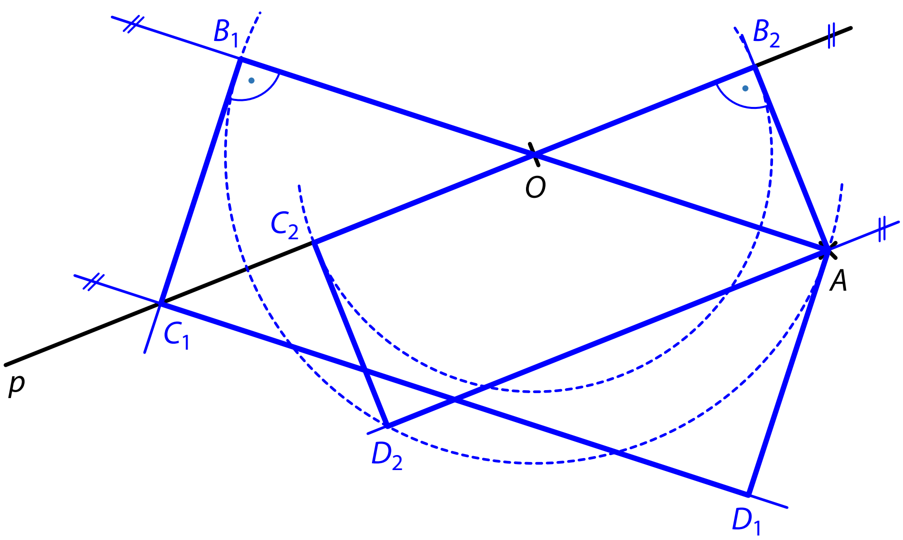
max. 3 body

9 Bod *A* je vrchol obdélníku *ABCD*. Na přímce *p* leží vrchol *C* tohoto obdélníku.
Bod *O* je střed některé strany obdélníku *ABCD*.

Sestrojte vrcholy *B*, *C*, *D* obdélníku *ABCD*, **označte** je písmeny a obdélník **narýsujte**.
Najděte všechna řešení.

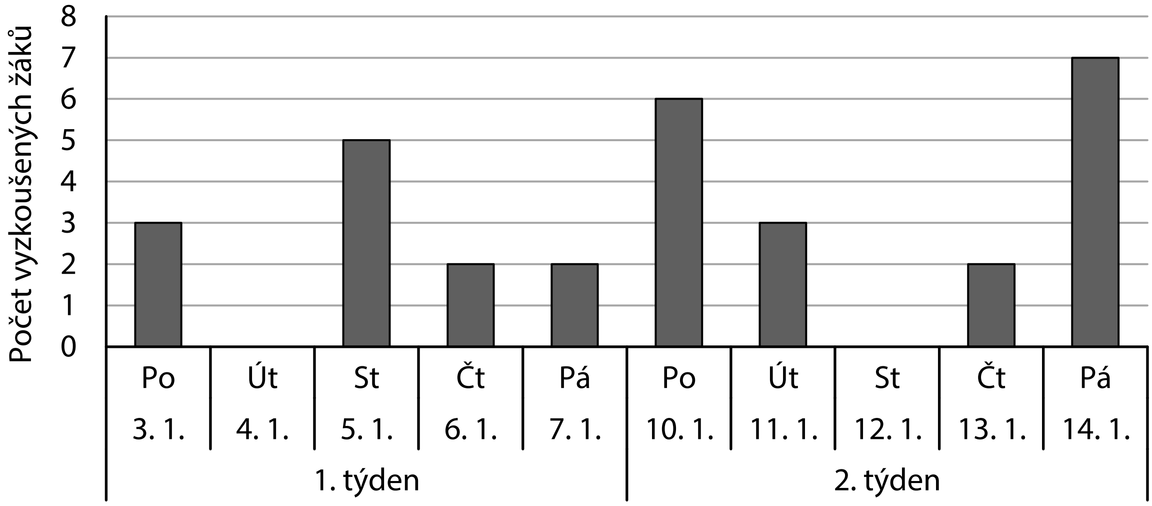
V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Řešení:



VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 10

V prvních dvou lednových týdnech učitel matematiky vyzkoušel všech 30 žáků třídy 7. A, a to každého právě jednou. Graf udává počty žáků vyzkoušených v jednotlivých dnech.



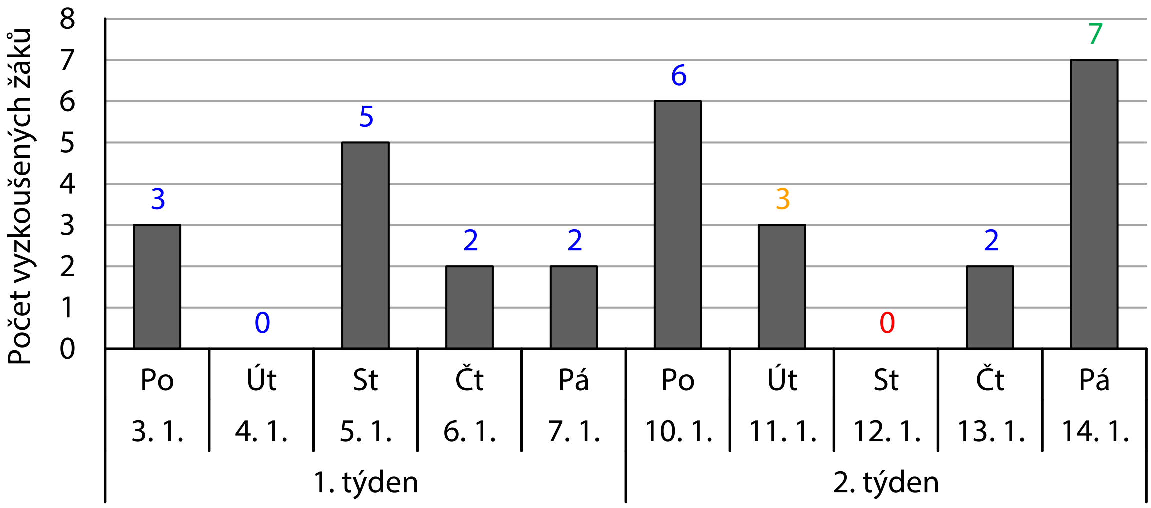
(*CZVV*)

max. 4 body

10 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (10.1–10.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

		A	N
10.1	V 1. týdnu učitel vyzkoušel dvě pětiny žáků třídy 7. A.	☒	☐
10.2	Ve 2. týdnu učitel vyzkoušel v pátek sedmkrát více žáků než ve středu.	☐	☒
10.3	V úterý 11. 1. učitel vyzkoušel čtvrtinu z těch žáků, kteří **nebyli** vyzkoušeni v žádném z předchozích dnů.	☒	☐

Řešení:



10.1 Počet žáků vyzkoušených v 1. týdnu: $3 + 0 + 5 + 2 + 2 = 12$

$\frac{2}{5} \cdot 30 = 12$

Tvrzení 10.1 je **pravdivé**.

10.2 $0 \cdot 7 = 0 \neq 7$

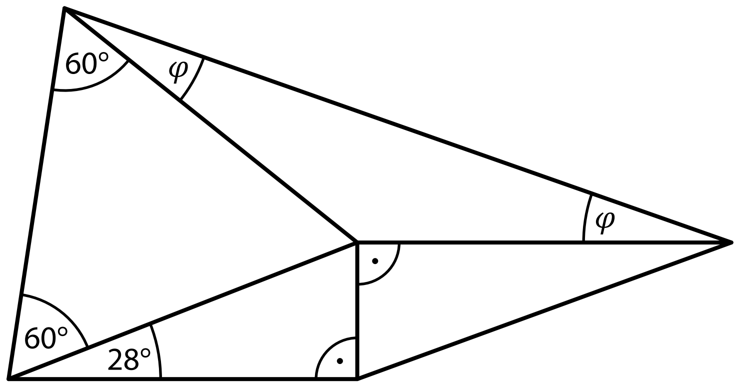
Tvrzení 10.2 je **nepravdivé**.

10.3 Počet žáků, kteří nebyli vyzkoušeni ve dnech předcházejících 11. 1., tedy byli vyzkoušeni až v úterý 11. 1. nebo později: $3 + 0 + 2 + 7 = 12$
$12 : 4 = 3$

Tvrzení 10.3 je **pravdivé**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

Čtyřúhelník se skládá ze 4 trojúhelníků.



(CZVV)

2 body

11 Jaká je velikost úhlu φ?
Velikosti úhlů neměřte, ale vypočtěte.

A) menší než 16°

B) 16°

C) 18°

D) 21°

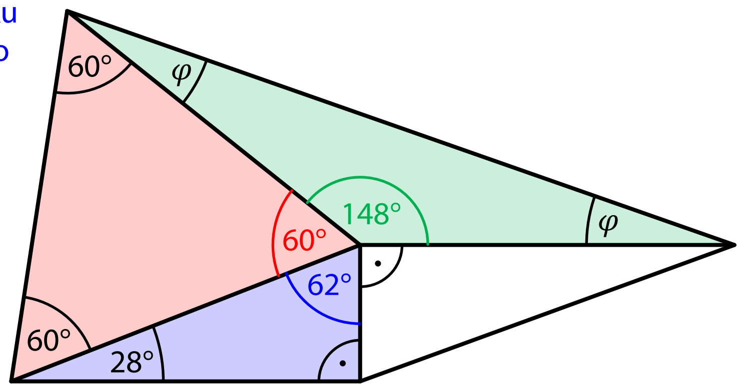
E) větší než 21°

Řešení:

V modrém pravoúhlém trojúhelníku platí pro chybějící velikost vnitřního úhlu: $180° - (28° + 90°) = 62°$

Červený trojúhelník je rovnostranný, všechny jeho vnitřní úhly mají velikost 60°.

Všechny čtyři trojúhelníky mají jeden společný vrchol a jejich vnitřní úhly s tímto vrcholem tvoří dohromady plný úhel.



Pro zelený úhel tedy platí: $360° - (60° + 62° + 90°) = 148°$

Zelený trojúhelník je rovnoramenný a platí v něm:

$\varphi + \varphi = 180° - 148°$

$2\varphi = 32°$

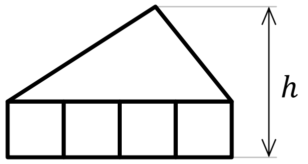
$\varphi = 32° : 2 = \mathbf{16°}$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 12

Domeček tvaru pětiúhelníku se skládá z trojúhelníku a čtyř shodných čtverců.

Čtyři čtverce mají dohromady stejný obsah jako trojúhelník.

Délka strany čtverce je 6 cm.



(CZVV)

2 body

12 Jaká je výška domečku h?

A) menší než 14 cm

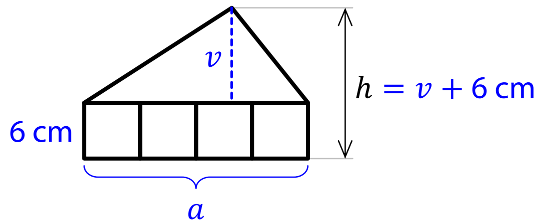
B) 14 cm

C) 16 cm

D) 18 cm

E) větší než 18 cm

Řešení:



Celkový obsah 4 čtverců s délkou strany 6 cm:

$S = 4 \cdot 6\text{ cm} \cdot 6\text{ cm} = 144\text{ cm}^2$

Potřebujeme vypočítat velikost v výšky k vodorovné straně trojúhelníku.

Délka této strany trojúhelníku: $a = 4 \cdot 6\text{ cm} = 24\text{ cm}$

Obsah trojúhelníku je stejný jako obsah 4 čtverců:

$$S = \frac{a \cdot v}{2}$$

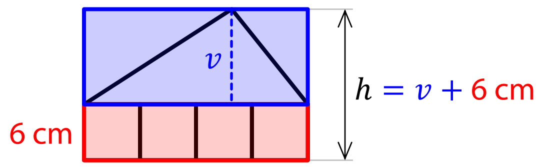
$$144\text{ cm}^2 = \frac{24\text{ cm} \cdot v}{2}$$

$$144\text{ cm}^2 = 12\text{ cm} \cdot v$$

$$v = 12\text{ cm}$$

Výška domečku: $h = v + 6\text{ cm} = 12\text{ cm} + 6\text{ cm} = \mathbf{18\text{ cm}}$

Jiný způsob řešení:



Červený obdélník je tvořen 4 čtverci.
Trojúhelník doplníme na modrý obdélník.

Obsah modrého obdélníku je 2krát větší než obsah trojúhelníku, tedy 2krát větší než obsah červeného obdélníku.

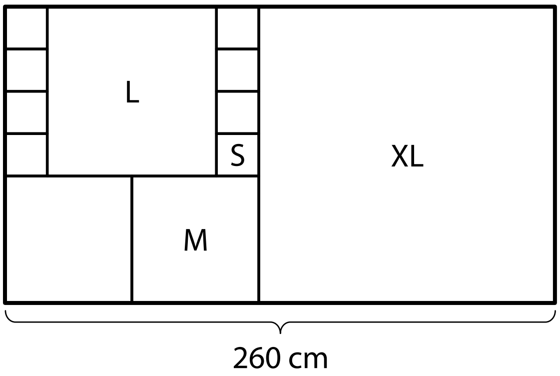
Oba obdélníky (modrý i červený) mají shodnou delší stranu, proto kratší strana modrého obdélníku (výška v trojúhelníku) je 2krát delší než kratší strana červeného obdélníku.

Výška domečku: $h = v + 6\text{ cm} = 2 \cdot 6\text{ cm} + 6\text{ cm} = \mathbf{18\text{ cm}}$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

Obdélník je rozdělen na 12 čtverců čtyř různých velikostí (S, M, L a XL).

Delší strana obdélníku měří 260 cm.



(CZVV)

2 body

13 Jaký je obvod čtverce velikosti L?

A) 240 cm

B) 280 cm

C) 320 cm

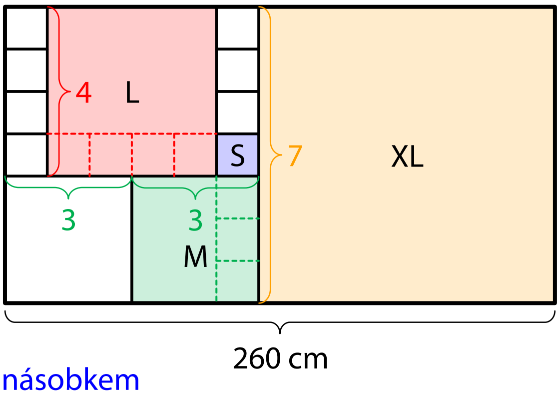
D) 360 cm

E) jiný obvod

Řešení:

Pro délku strany každého čtverce v obrázku lze snadno určit, kolikrát je větší než délka strany (nejmenšího) čtverce velikosti S.

Délka strany čtverce L je čtyřnásobkem, délka strany čtverce M trojnásobkem a délka strany čtverce XL sedminásobkem délky strany čtverce S.



Délka strany obdélníku, která měří 260 cm, je 13násobkem délky strany čtverce S ($3 + 3 + 7 = 13$).

Délka strany čtverce S: $260\text{ cm} : 13 = 20\text{ cm}$

Délka strany čtverce L: $4 \cdot 20\text{ cm} = 80\text{ cm}$

Obvod čtverce L: $4 \cdot 80\text{ cm} =$ **320 cm**

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

V pohádkové říši se setkání draků zúčastnili pouze dvouhlaví a tříhlaví draci.
Draků bylo celkem 52 a dohromady měli 134 hlav.

(CZVV)

2 body

14 O kolik se liší součet hlav všech tříhlavých draků od součtu hlav všech dvouhlavých draků?

A) o méně než 22 hlav

B) o 22 hlav

C) o 30 hlav

D) o 41 hlav

E) o více než 41 hlav

Řešení:

Kdyby měli všichni draci 3 hlavy, všech 52 draků by mělo celkem 156 hlav ($52 \cdot 3 = 156$).
Avšak hlav bylo pouze 134, tedy každý z 22 draků ($156 - 134 = 22$) měl o 1 hlavu méně.
Na setkání bylo tedy 22 dvouhlavých a 30 tříhlavých draků ($52 - 22 = 30$).

Rozdíl v počtu hlav všech tříhlavých a všech dvouhlavých draků:
$30 \cdot 3 - 22 \cdot 2 = 90 - 44 = 46 > 41$

---

max. 6 bodů

15 Přiřaďte ke každé úloze (15.1–15.3) odpovídající výsledek (A–F).

15.1 Ze sklizené mrkve se prodalo 960 kg, a zbývalo tak ještě 40 % sklizené mrkve.

Kolik kg mrkve bylo sklizeno? A

Řešení:

Mrkve zbylo	40 %			
prodalo se	60 %	...	960 kg	
	20 %	...	320 kg	($960 : 3 = 320$)
bylo sklizeno	100 %	...	**1 600 kg**	($320 \cdot 5 = 1\,600$)

15.2 Během prosince ze skladu odvezli pětinu posypové soli, a ve skladu tak zbylo ještě 9 000 kg posypové soli.

Kolik kg posypové soli odvezli ze skladu během prosince? D

Řešení:

Odvezli $\frac{1}{5}$ soli

Zbylo $\frac{4}{5}$ soli ... 9 000 kg

Odvezli $\frac{1}{5}$ soli ... **2 250 kg** ($9\,000 : 4 = 2\,250$)

15.3 Obchodník nakoupil 12 000 kg brambor. V říjnu z nich prodal 40 %, v listopadu prodal 75 % zbytku a neprodané brambory daroval charitě.

Kolik kg brambor daroval obchodník charitě? ___B___

Řešení:

Brambory nakoupené	100 % ...	12 000 kg	
prodané v říjnu	40 %		
zbytek	60 % ...	7 200 kg	$(0{,}6 \cdot 12\,000 = 7\,200)$

Brambory zbytek (po říjnu)	100 % ...	7 200 kg	
prodané v listopadu	75 % zbytku		
darované charitě	25 % zbytku ...	**1 800 kg**	$(7\,200 : 4 = 1\,800)$

případně

Brambory zbytek (po říjnu)	60 % nakoupených	
prodané v listopadu	45 % nakoupených	$(0{,}75 \cdot 60\,\% = 45\,\%)$
darované charitě	15 % nakoupených	$(60 - 45 = 15)$
	15 % nakoupených ... **1 800 kg**	$(0{,}15 \cdot 12\,000 = 1\,800)$

A) 1 600 kg

B) 1 800 kg

C) 2 000 kg

D) 2 250 kg

E) 2 400 kg

F) více než 2 400 kg

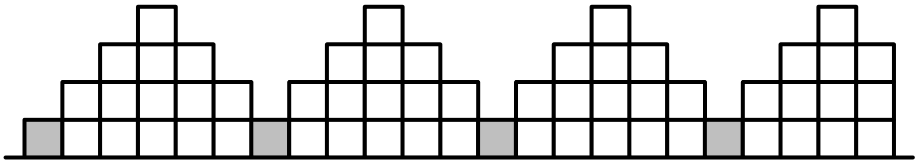
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 16

Amélka, Viktorka a Zuzanka vytvářely stavby z kostek podle následujících pravidel:

První sloupec stavby tvoří 1 tmavá kostka
a dalších 5 sloupců je postaveno postupně ze 2, 3, 4, 3 a 2 bílých kostek.

Poté se sloupce opakují ve stejném pořadí, ale po dostavění kteréhokoliv sloupce lze stavbu ukončit.

Např. stavba na obrázku má celkem 23 sloupců, z nichž je 19 sloupců bílých a 4 tmavé.



(*CZVV*)

max. 4 body

16

16.1 Amélčina stavba má celkem **42 sloupců**.

Vypočtěte, kolik kostek (bílých i tmavých dohromady) **obsahuje Amélčina stavba.**

16.2 Viktorčina stavba má **58 bílých sloupců**.

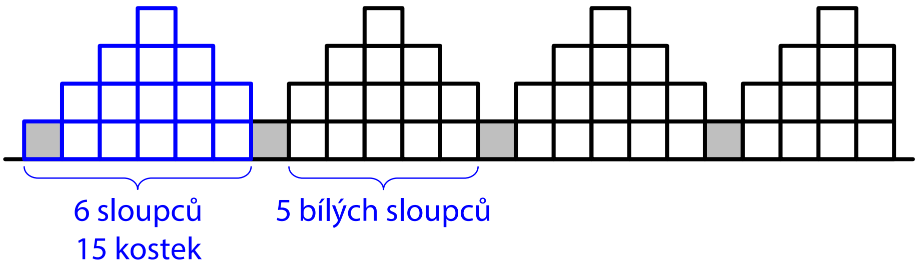
Vypočtěte, kolik <u>tmavých</u> kostek obsahuje Viktorčina stavba.

16.3 Zuzančina stavba obsahuje celkem **156 kostek** (bílých i tmavých dohromady).

Vypočtěte, kolik sloupců má Zuzančina stavba.

Řešení:

Ve stavbě se opakují stejné skupiny kostek. První dokončená skupina je vyznačena modře.



Každá dokončená skupina má 6 sloupců, které obsahují celkem 15 kostek.

16.1 Počet skupin v Amélčině stavbě: $42 : 6 = 7$
Počet kostek v Amélčině stavbě: $7 \cdot 15 = \mathbf{105}$

16.2 V dokončené skupině je vždy 5 bílých sloupců.
Počet skupin ve Viktorčině stavbě: $58 : 5 = 11$, zbytek 3
Dokončených skupin je 11 a 12. skupina má už jen 3 sloupce – 1 tmavý a 2 bílé.
Počet tmavých kostek ve Viktorčině stavbě: $11 + 1 = \mathbf{12}$

16.3 Počet skupin v Zuzančině stavbě: $156 : 15 = 10$, zbytek 6
Dokončených skupin je 10 a 11. skupina obsahuje už jen 6 kostek, má tedy 3 sloupce.
Počet sloupců v Zuzančině stavbě: $10 \cdot 6 + 3 = \mathbf{63}$

ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.