

MATEMATIKA 9

M9PAD24C0T01

DIDAKTICKÝ TEST

Počet úloh: 16

Maximální bodové hodnocení: 50

Povolené pomůcky: pouze psací a rýsovací potřeby

Jméno a příjmení:

1 Základní informace k zadání zkoušky

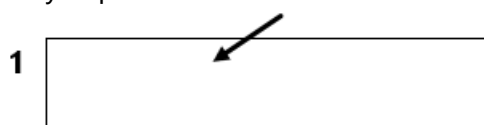
- **Časový limit** pro řešení didaktického testu **je uveden na záznamovém archu**.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Za neuvedené řešení úlohy či za nesprávné řešení úlohy jako celku **se neudělují záporné body**.
- **Odpovědi píšete do záznamového archu**.
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- Didaktický test obsahuje **otevřené a uzavřené úlohy**. Uzavřené úlohy obsahují nabídku odpovědí. U každé takové úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.
- Na začátku testového sešitu najdete vybrané **vzorce a vztahy**.

2 Pravidla správného zápisu odpovědí

- Řešení úloh zapisujte do záznamového archu **modře nebo černě** píšící propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.
- V konstrukčních úlohách rýsujte tužkou a následně vše obtáhněte propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou **pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu**.

2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

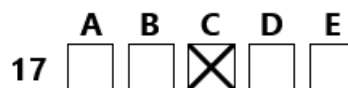
- Výsledky **píšete čitelně** do vyznačených bílých polí.



- Pokud budete chtít provést opravu, původní zápis přeškrtněte a nový uveďte do stejného pole.
- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- **Zápisy uvedené mimo** vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.

2.1 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, pečlivě zabarvěte původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.



- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědí a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.

TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYNY!

Druhé mocniny čísel 11–20:

$11^2 = 121$

$16^2 = 256$

$12^2 = 144$

$17^2 = 289$

$13^2 = 169$

$18^2 = 324$

$14^2 = 196$

$19^2 = 361$

$15^2 = 225$

$20^2 = 400$

Přibližné hodnoty čísla π :

$\pi \doteq 3,14$

$\pi \approx \frac{22}{7}$

Rozklad na součin:

$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b) \cdot (a + b)$

$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b) \cdot (a - b)$

$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$

Obvod a obsah kruhu o poloměru r :

$o = 2\pi r$

$S = \pi r^2$

V úlohách **1, 2, 4.1, 4.2, 6, 7 a 8** přepište **do záznamového archu** pouze **výsledky**.

1 bod

- 1** Pět švadlen, které šijí oblečení, pracují stejným tempem. Tyto švadleny splní danou zakázku za 24 hodin.

Za jakou dobu splní o polovinu větší zakázku čtyři švadleny?

Řešení:

Stejná zakázka:

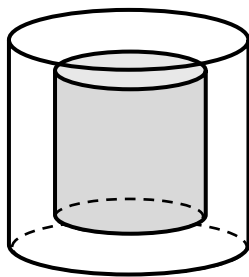
$$\begin{array}{l} \uparrow 5 \text{ švadlen} \quad \dots \quad 24 \text{ hodiny} \\ 4 \text{ švadleny} \quad \dots \quad x \text{ hodin} \quad \downarrow \end{array}$$
$$\frac{x}{24} = \frac{5}{4} \Rightarrow x = \frac{5 \cdot 24}{4} = 30 \text{ hodin}$$

Zakázka o polovinu větší:

$$\begin{array}{l} 1 \text{ zakázka} \quad \dots \quad 30 \text{ hodin} \\ 1,5 \text{ zakázky} \quad \dots \quad x \text{ hodin} \end{array}$$
$$\frac{x}{30} = \frac{1,5}{1} \Rightarrow x = \frac{1,5 \cdot 30}{1} = 45 \text{ hodin}$$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 2

Skleněné těžítka má tvar rotačního válce s poloměrem podstavy 10 cm a výškou 12 cm. Vnější část těžítka je z čirého skla, uvnitř je část z modrého skla, která má také tvar rotačního válce, a to s poloměrem podstavy 5 cm a výškou 8 cm.



2 body

- 2** **Vypočítejte objem čirého skla v těžítku.**

Výsledek zaokrouhlete na desítky cm^3 . Pro výpočet použijte zaokrouhlenou hodnotu čísla π z tabulky na začátku testového sešitu.

Řešení:

$$V_c = S_{pc} \cdot v_c = \pi \cdot r_c^2 \cdot v_c = \pi \cdot 10^2 \cdot 12 = 1200\pi$$

$$V_m = S_{pm} \cdot v_m = \pi \cdot r_m^2 \cdot v_m = \pi \cdot 5^2 \cdot 8 = 200\pi$$

$$V_\zeta = V_c - V_m = 1200\pi - 200\pi = 1000\pi = 3140 \text{ cm}^3$$

3 Vypočítejte a výsledek zapište zlomkem v základním tvaru.Do záznamového archu uveďte u obou podúloh **celý postup řešení.**

3.1
$$\left(2:\frac{3}{2}\right):\frac{1}{2}+\left(\frac{5}{6}:\frac{3}{4}\right):\frac{2}{3} =$$

Řešení:

$$\left(2:\frac{3}{2}\right):\frac{1}{2}+\left(\frac{5}{6}:\frac{3}{4}\right):\frac{2}{3}=\left(\frac{2}{1}:\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{2}{1}+\left(\frac{5}{6}\cdot\frac{4}{3}\right)\cdot\frac{3}{2}=\frac{8}{3}+\frac{5}{3}=\frac{13}{3}=4\frac{1}{3}$$

3.2
$$\frac{\frac{13}{10}-1,4}{\frac{2}{15}+\frac{1}{6}} =$$

Řešení:

$$\frac{\frac{13}{10}-1,4}{\frac{2}{15}+\frac{1}{6}}=\frac{\frac{13}{10}-\frac{14}{10}}{\frac{4}{30}+\frac{5}{30}}=\frac{-\frac{1}{10}}{\frac{9}{30}}=-\frac{1}{10}\cdot\frac{30}{9}=-\frac{3}{9}=-\frac{1}{3}$$

4 Proved'te úpravu výrazů.

4.1 Zjednodušte (výsledný výraz nesmí obsahovat závorky):

$$\left(a-\frac{a}{4}\right)^2 =$$

Řešení:

$$\left(a-\frac{a}{4}\right)^2=\left(\frac{4a}{4}-\frac{a}{4}\right)^2=\left(\frac{3a}{4}\right)^2=\frac{9}{16}a^2$$

4.2 Rozložte na součin podle vzorce:

$$9a^2 - 16 =$$

Řešení:

$$9a^2 - 16 = (3a - 4) \cdot (3a + 4)$$

4.3 Zjednodušte a výsledek rozložte na součin vytýkáním:

$$(c-5) \cdot (2-3c) - (c-2c) \cdot 3c - c \cdot 7 =$$

Řešení:

$$\begin{aligned}(c-5) \cdot (2-3c) - (c-2c) \cdot 3c - c \cdot 7 &= \\ &= 2c - 10 - 3c^2 + 15c - (3c^2 - 6c^2) - 7c = \\ &= 2c - 10 - 3c^2 + 15c - 3c^2 + 6c^2 - 7c = \\ &= 10c - 10 = 10(c-1)\end{aligned}$$

Do záznamového archu uveďte u podúlohy 4.3 celý postup řešení.

max. 4 body

5 Řešte rovnice.

Do záznamového archu uveďte u obou podúloh celý postup řešení.

Zkoušku nezapisujte.

5.1 $-2 \cdot (x+4) - 3 \cdot (x+1)^2 = x \cdot (2-3x)$

Řešení:

$$\begin{aligned}-2 \cdot (x+4) - 3 \cdot (x+1)^2 &= x \cdot (2-3x) \\ -2x - 8 - 3x^2 - 6x - 3 &= 2x - 3x^2 \\ -8x - 11 &= 2x \\ -10x &= 11 \\ x &= -1,1\end{aligned}$$

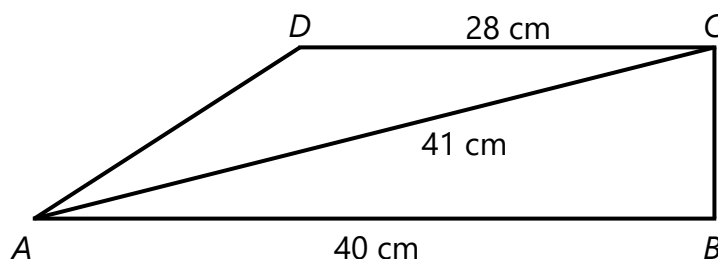
5.2 $6 - \frac{3-2y}{5} \cdot 2 = 4y$

Řešení:

$$\begin{aligned}6 - \frac{3-2y}{5} \cdot 2 &= 4y \quad / \cdot 5 \\ 30 - (3-2y) \cdot 2 &= 20y \\ 30 - 6 + 4y &= 20y \\ 24 &= 16y \\ y &= \frac{3}{2} = 1 \frac{1}{2}\end{aligned}$$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

Pravoúhlý lichoběžník $ABCD$ se základnami AB a CD má pravý úhel při vrcholu B . Základna AB má délku 40 cm, základna CD délku 28 cm a úhlopříčka AC délku 41 cm.



max. 4 body

6

6.1 **Vypočítejte obsah lichoběžníku $ABCD$.**

Výsledek uveďte v cm^2 .

Řešení:

Z Pythagorovy věty:

$$b = \sqrt{(41 \text{ cm})^2 - (40 \text{ cm})^2} = \sqrt{1681 \text{ cm}^2 - 1600 \text{ cm}^2} = \sqrt{81 \text{ cm}^2} = 9 \text{ cm}$$

$$S = \frac{a+c}{2} \cdot v = \frac{a+c}{2} \cdot b = \frac{40 \text{ cm} + 28 \text{ cm}}{2} \cdot 9 \text{ cm} = \frac{68 \text{ cm}}{2} \cdot 9 \text{ cm} = 306 \text{ cm}^2$$

6.2 **Vypočítejte délku ramene AD .**

Výsledek uveďte v cm.

Řešení:

Z Pythagorovy věty:

$$d = \sqrt{(a-c)^2 + b^2}$$

$$d = \sqrt{(12 \text{ cm})^2 + (9 \text{ cm})^2} = \sqrt{144 \text{ cm}^2 + 81 \text{ cm}^2} = \sqrt{225 \text{ cm}^2} = 15 \text{ cm}$$

- 7 Žáci třídy 8. B se dělí na dvě skupiny podle toho, zda chodí na němčinu nebo na angličtinu. V obou skupinách je stejný počet žáků. Ve třídě je 14 chlapců a 5 z nich chodí na angličtinu. Na němčinu chodí 4 dívky.

7.1 Kolik dívek celkem chodí na angličtinu?

Řešení:

Němčina: $(14 - 5)$ chlapců + 4 dívky = 13 žáků

Angličtina: 5 chlapců + x dívek = 13 žáků $\Rightarrow x = 8$ dívek

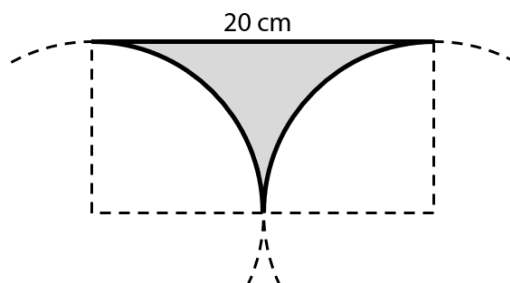
7.2 Kolik má třída 8. B celkem žáků?

Řešení:

26 žáků

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Šedý obrazec je ohraničen úsečkou délky 20 cm a dvěma shodnými čtvrtkružnicemi.



max. 4 body

V podúlohách 8.1 a 8.2 pro výpočet použijte zaokrouhlenou hodnotu čísla π z tabulky na začátku testového sešitu.

8.1 Vypočítejte obsah šedého obrazce.

Výsledek uveďte v cm^2 a zaokrouhlete ho na celé cm^2 .

Řešení:

$$S_o = a \cdot b = 20 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 200 \text{ cm}^2$$

$$S_k = \frac{1}{2} \pi r^2 = \frac{1}{2} \pi \cdot (10 \text{ cm})^2 = 157 \text{ cm}^2$$

$$S = S_o - S_k = 43 \text{ cm}^2$$

8.2 **Vypočítejte obvod šedého obrazce.**

Výsledek uveďte v cm a zaokrouhlete ho na celé cm.

Řešení:

$$o = \frac{1}{2} \cdot 2\pi r + 20 \text{ cm} = 31,4 \text{ cm} + 20 \text{ cm} = 51,4 \text{ cm} \Rightarrow 51 \text{ cm}$$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V rovině leží body C a S . Bod C je vrchol rovnostranného trojúhelníku ABC .
Bod S je středem strany AB .

C
x

x
S

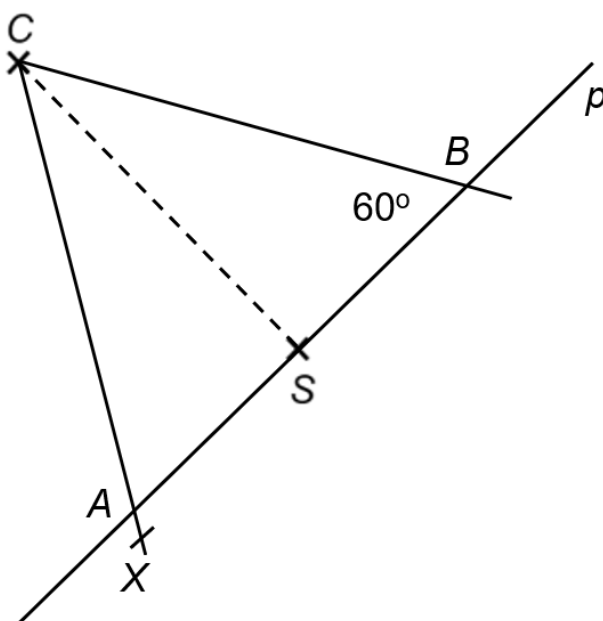
max. 3 body

9 **Sestrojte vrcholy A , B rovnostranného trojúhelníku ABC a trojúhelník narýsujte.**

V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (všechny čáry, kružnice nebo jejich části i písmena).

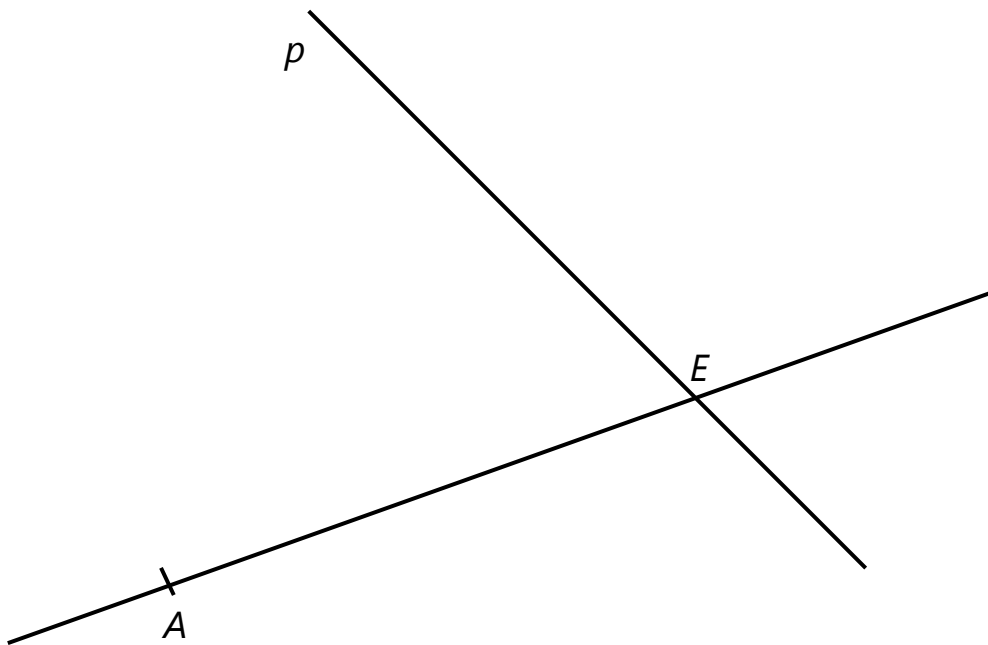
Řešení:

1. CS
2. $\leftrightarrow p; \leftrightarrow p \perp CS \wedge S \in p$
3. $\sphericalangle SCX; |\sphericalangle SCX| = 30^\circ$
4. $A; \rightarrow CX \cap \leftrightarrow p = \{A\}$
5. $k; k(S; |SA|)$
6. $B; \leftrightarrow p \cap k = \{B\}$
7. $\triangle ABC$



VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V rovině leží přímka AE a přímka p procházející bodem E . Bod A je vrchol obdélníku $ABCD$. Vrchol B leží na přímce AE a vrchol C na přímce p . Úhlopříčka BD obdélníku má stejnou délku jako úsečka AE .



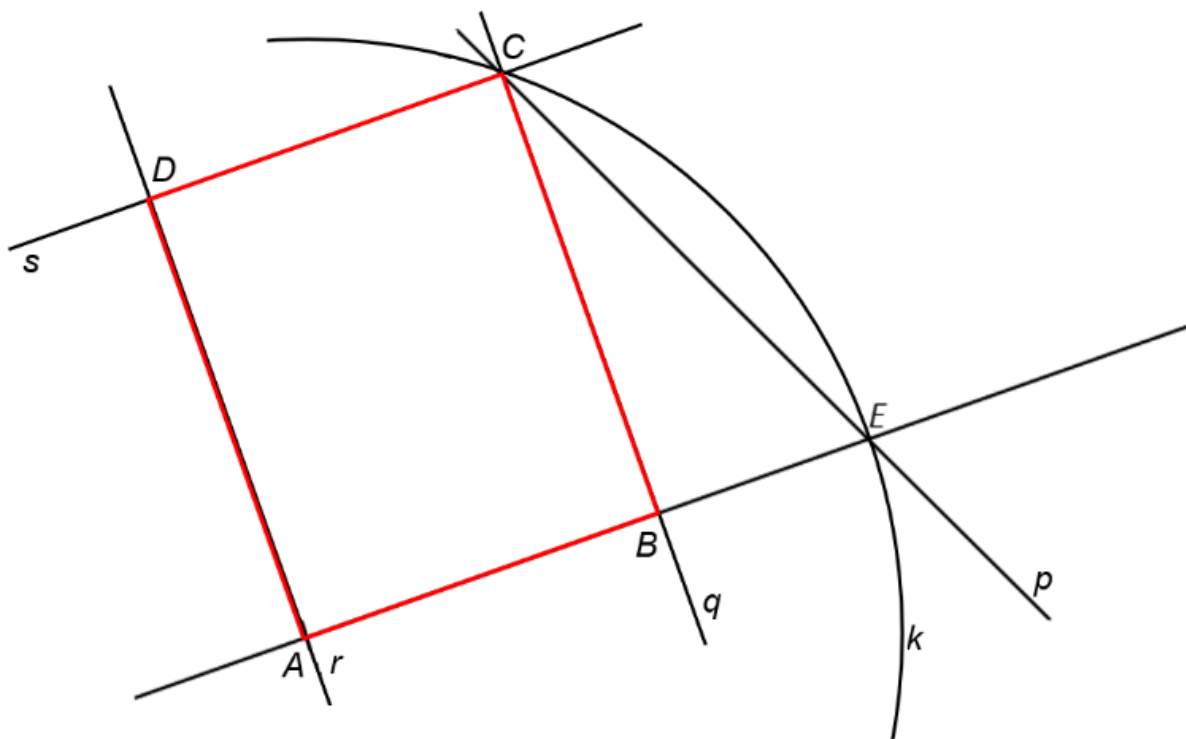
max. 3 body

- 10 Sestrojte vrcholy B, C, D obdélníku $ABCD$, označte je písmeny a obdélník narýsujte.

V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (všechny čáry, kružnice nebo jejich části i písmena).

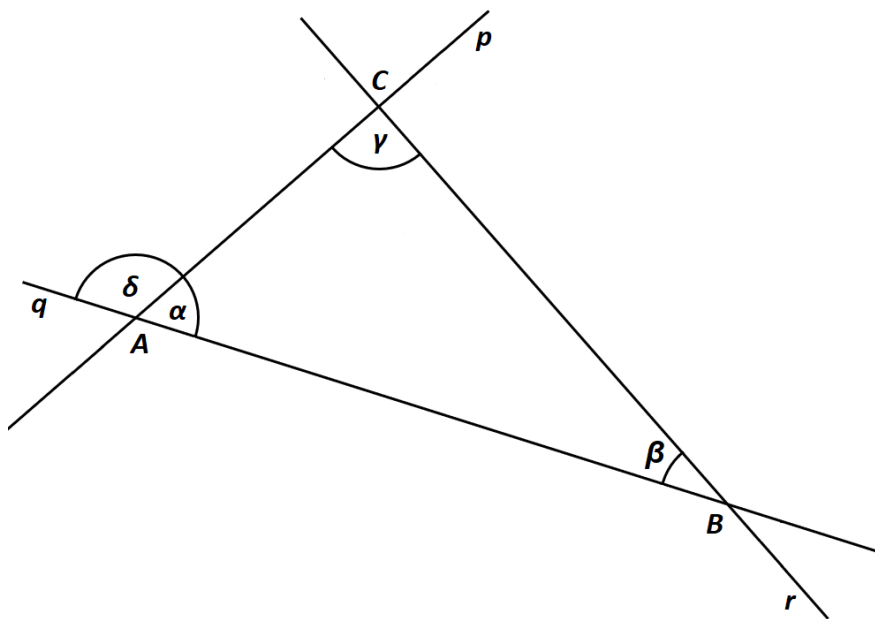
Řešení:

1. $k; k(A; |AE|)$
2. $C; \leftrightarrow p \cap k = \{C\}$
3. $\leftrightarrow q; \leftrightarrow q \perp AE \wedge C \in q$
4. $B; \rightarrow AE \cap \leftrightarrow q = \{B\}$
5. $\leftrightarrow s; \leftrightarrow s \perp \leftrightarrow q \wedge C \in s$
6. $\leftrightarrow r; \leftrightarrow r \perp AE \wedge A \in r$
7. $D; \leftrightarrow r \cap \leftrightarrow s = \{D\}$
8. obdélník $ABCD$



VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

V rovině leží přímky p , q a r , jejichž průsečíky tvoří vrcholy trojúhelníku ABC . Jsou dány úhly $\beta = 23^\circ$ a $\delta = 107^\circ$.



2 body

11 Jaká je velikost rozdílu úhlů $\gamma - \alpha$?

Velikosti úhlů neměřte, ale vypočítejte (obrázek je ilustrační).

- A) 10°
- B) 11°**
- C) 12°
- D) 13°
- E) jiná velikost

Řešení:

$$\alpha + \delta = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 180^\circ - \delta \Rightarrow \alpha = 73^\circ$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ \Rightarrow 73^\circ + 23^\circ + \gamma = 180^\circ \Rightarrow \gamma = 84^\circ$$

$$\gamma - \alpha = 84^\circ - 73^\circ = 11^\circ$$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 12

Obrazec je možné rozstříhat na 7 shodných rovnoramenných trojúhelníků.
Obvod jednoho takového trojúhelníku je 30 cm.

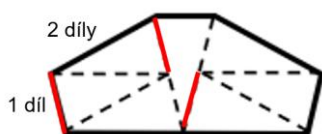


2 body

12 Jaký je obvod obrazce?

- A) 55 cm
- B) 60 cm
- C) 66 cm**
- D) 72 cm
- E) 90 cm

Řešení:

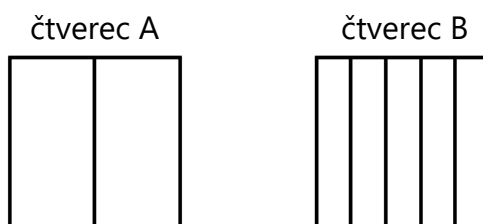


Obvod trojúhelníku: $30 \text{ cm} = 5 \text{ dílů} \Rightarrow 1 \text{ díl} = 6 \text{ cm}$

Obvod obrazce: $11 \text{ dílů} \Rightarrow 66 \text{ cm}$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

Máme shodné čtverce A a B. Čtverec A je rozdělen na dva shodné obdélníky, čtverec B na pět shodných obdélníků. Obvod jednoho ze dvou obdélníků ve čtverci A je o 6 cm větší než obvod jednoho z pěti obdélníků ve čtverci B.



2 body

13 Jaký je obvod jednoho ze čtverců A nebo B?

A) 40 cm

B) 72 cm

C) 80 cm

D) 96 cm

E) 128 cm

Řešení:

$$(x + 0,5x) \cdot 2 = (x + 0,2x) \cdot 2 + 6$$

$$3x = 2,4x + 6$$

$$0,6x = 6$$

$$x = 10 \text{ cm} \Rightarrow o = 4 \cdot x = 4 \cdot 10 \text{ cm} = 40 \text{ cm}$$

2 body

14 Vynásobíme-li neznámé číslo dvěma a odečteme-li od výsledku 135, získáme polovinu hodnoty neznámého čísla.

Jaká je hodnota neznámého čísla?

A) 270

B) 170

C) 135

D) 90

E) jiný výsledek

Řešení:

$$2x - 135 = \frac{1}{2}x$$

$$4x - 270 = x$$

$$3x = 270$$

$$x = 90$$

- 15** Půdorys domu má tvar obdélníku. Šířka domu je 10 metrů. V plánu je tato šířka vyznačena úsečkou o délce 10 cm. Délka domu je v plánu zakreslena jako úsečka o délce 2 dm.

Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (15.1–15.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

- | | A | N |
|--|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 15.1 Měřítko plánu je 1 : 1 000. | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| 15.2 Skutečná délka domu je 20 m. | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 15.3 Obsah obdélníku na plánu a obsah půdorysu domu jsou v poměru 1 : 100. | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

Řešení:

- 15.1 Měřítko plánu je 1 : 1 000.

Měřítko 1 : 1 000 → jeden centimetr na mapě je ve skutečnosti 1 000 cm.

10 m = 1 000 cm ⇒ poměr 10 : 1 000 ⇒ měřítko 1 : 100

- 15.2 Skutečná délka domu je 20 m.

2 dm = 20 cm ⇒ měřítko 1 : 100 ⇒ poměr 20 : 2 000

⇒ 20 cm na mapě je ve skutečnosti 2 000 cm = 20 m

- 15.3 Obsah obdélníku na plánu a obsah půdorysu domu jsou v poměru 1 : 100.

$$S_1 = 1\,000\text{ cm} \cdot 2\,000\text{ cm} = 2\,000\,000\text{ cm}^2$$

$$S_2 = 10\text{ cm} \cdot 20\text{ cm} = 200\text{ cm}^2$$

poměr 200 : 2 000 000 ⇒ měřítko 1 : 10 000

16 Přirad'te ke každé úloze (16.1–16.3) odpovídající výsledek (A–F).

- 16.1 Pan Novák si vypůjčil 20 000 Kč na jeden rok. Po roce vrátí věřiteli vypůjčenou částku, a navíc mu zaplatí úrok ve výši 13,5 % z vypůjčené částky.

Kolik korun celkem věřiteli vrátí?

 A

Řešení:

20 000 Kč 100 %

x Kč 113,5 %

$$x = \frac{113,5\%}{100\%} \cdot 20\,000 \text{ Kč} = 22\,700 \text{ Kč}$$

- 16.2 Paní Dlouhá na začátku roku vložila do banky 1 000 000 Kč s roční úrokovou sazbou 2,5 %. Výnosy z úroků jsou zdaněny srážkovou daní.

Kolik korun získá paní Dlouhá navíc ke svému vkladu za jeden rok, bude-li jí odečtena daň z úroků 15 %?

 C

Řešení:

1 000 000 Kč 100 %

x Kč 2,5 %

$$x = \frac{2,5\%}{100\%} \cdot 1\,000\,000 \text{ Kč} = 25\,000 \text{ Kč}$$

25 000 Kč 100 %

x Kč 85 %

$$x = \frac{85\%}{100\%} \cdot 25\,000 \text{ Kč} = 21\,250 \text{ Kč}$$

- 16.3 Kolo v obchodě stálo 20 000 Kč. Nejdříve bylo zlevněno o 10 % z původní ceny, po měsíci bylo zdraženo o 10 % z nové ceny.

Jaká byla výsledná cena kola po zlevnění i zdražení?

 E

Řešení:

20 000 Kč 100 %

x Kč 90 %

$$x = \frac{90\%}{100\%} \cdot 20\,000 \text{ Kč} = 18\,000 \text{ Kč}$$

18 000 Kč 100 %

x Kč 110 %

$$x = \frac{110\%}{100\%} \cdot 18\,000 \text{ Kč} = 19\,800 \text{ Kč}$$

A) 22 700 Kč 16.1

B) 21 350 Kč

C) 21 250 Kč 16.2

D) 20 000 Kč

E) 19 800 Kč 16.3

F) jiný výsledek