

DIDAKTICKÝ TEST

Jméno a příjmení:

Počet úloh: 16

Maximální bodové hodnocení: 50

Povolené pomůcky: pouze psací a rýsovací potřeby

1 Základní informace k zadání zkoušky

- **Časový limit** pro řešení didaktického testu **je uveden na záznamovém archu**.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Za neuvedené řešení úlohy či za nesprávné řešení úlohy jako celku **se neodčítají záporné body**.
- **Odpovědi píšete do záznamového archu**.
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- Didaktický test obsahuje **otevřené a uzavřené úlohy**. Uzavřené úlohy obsahují nabídku odpovědí. U každé takové úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.
- Na začátku testového sešitu najdete vybrané **vzorce a vztahy**.

2 Pravidla správného zápisu odpovědí

- Řešení úloh zapisujte do záznamového archu **modře nebo černě** písaří propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.
- V konstrukčních úlohách rýsujte tužkou a následně vše obtáhněte propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou **pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu**.

2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

- Výsledky **píšete čitelně** do vyznačených bílých polí.

1



- Pokud budete chtít provést opravu, původní zápis přeškrtněte a nový uveďte do stejného pole.
- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- **Zápisy uvedené mimo** vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.

2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.

| | A | B | C | D | E |
|----|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 14 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, pečlivě zbarvíte původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.

| | A | B | C | D | E |
|----|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 14 | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

- Jakýkoliv jiný způsob zápisu odpovědi a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.

TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYNI!

Druhé mocniny čísel 11–20:

$11^2 = 121$

$16^2 = 256$

$12^2 = 144$

$17^2 = 289$

$13^2 = 169$

$18^2 = 324$

$14^2 = 196$

$19^2 = 361$

$15^2 = 225$

$20^2 = 400$

Rozklad na součin:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b) \cdot (a + b)$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b) \cdot (a - b)$$

$$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$$

Přibližné hodnoty čísla π :

$\pi \doteq 3,14$

$\pi \approx \frac{22}{7}$

Obvod a obsah kruhu o poloměru r :

$$o = 2\pi r$$

$$S = \pi r^2$$

V úlohách 1, 2, 4.1, 4.2, 6, 7 a 8 přepište **do záznamového archu** pouze **výsledky**.

1 bod

- 1 Adam a Naďa šli spolu z Heraltic do Hvězdoňovic trasou dlouhou 2,7 km. Adam má délku každého kroku 75 cm, Naďa má každý krok dlouhý 60 cm.

O kolik kroků udělala Naďa více?

Řešení:

$$\text{Adam: } 2\,700 \text{ m} : 0,75 \text{ m} = 3\,600$$

$$\text{Naďa: } 2\,700 \text{ m} : 0,6 \text{ m} = 4\,500$$

$$4\,500 - 3\,600 = 900$$

2 body

- 2 Reproduktoři byly před Vánocemi zlevněny z původní ceny o 150 korun, což bylo 15 % původní ceny. Po Vánocích je prodejce zlevnil ještě o 200 korun z nové ceny.

O kolik procent byla konečná cena nižší než cena původní?

Řešení:

$$150 \text{ Kč je } 15 \% \Rightarrow 10 \text{ Kč je } 1 \% \Rightarrow 1\,000 \text{ Kč je } 100 \%$$

$$\text{Po první slevě: } 1\,000 \text{ Kč} - 150 \text{ Kč} = 850 \text{ Kč}$$

$$\text{Po druhé slevě: } 850 \text{ Kč} - 200 \text{ Kč} = 650 \text{ Kč}$$

$$10 \text{ Kč je } 1 \% \Rightarrow 650 \text{ Kč je } 65 \% \Rightarrow \text{sleva je } 35 \%$$

max. 4 body

- 3 **Vypočítejte a výsledek запиšte zlomkem v základním tvaru.**

Do záznamového archu uveďte u obou podúloh **celý postup řešení**.

3.1
$$\frac{\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{3}\right) : \left(-\frac{5}{3}\right)}{0,3} =$$

Řešení:

$$\frac{\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{3}\right) : \left(-\frac{5}{3}\right)}{0,3} = \frac{\left(\frac{1}{6} - \frac{2}{6}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)}{\frac{3}{10}} = \frac{\left(-\frac{1}{6}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)}{\frac{3}{10}} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{3}{10}} = \frac{1}{10} \cdot \frac{10}{3} = \frac{1}{3}$$

3.2
$$\frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{5} - 1\right) =$$

Řešení:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{5} - 1\right) = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{5} - \frac{5}{5}\right) = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{1}{6} - \frac{1}{5} = \frac{5}{30} - \frac{6}{30} = -\frac{1}{30}$$

4

4.1 Upravte a rozložte na součin vytknutím:

$$a \cdot (-a) - 2^2 \cdot 3a + 6a^2 =$$

Řešení:

$$a \cdot (-a) - 2^2 \cdot 3a + 6a^2 = -a^2 - 12a + 6a^2 = 5a^2 - 12a = a(5a - 12)$$

4.2 Umocněte a zjednodušte:

$$\left(\frac{1}{3} - 4b\right)^2 =$$

Řešení:

$$\left(\frac{1}{3} - 4b\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 4b + (4b)^2 = \frac{1}{9} - \frac{8}{3}b + 16b^2$$

4.3 Upravte výraz tak, aby neobsahoval závorky, a zjednodušte:

$$(2x+3)^2 - x \cdot 6 - 4 \cdot (x-1)^2 =$$

Řešení:

$$\begin{aligned} (2x+3)^2 - x \cdot 6 - 4 \cdot (x-1)^2 &= \\ &= (4x^2 + 12x + 9) - 6x - 4 \cdot (x^2 - 2x + 1) = \\ &= 4x^2 + 12x + 9 - 6x - 4x^2 + 8x - 4 = 14x + 5 \end{aligned}$$

Do záznamového archu uveďte u podúlohy 4.3 celý postup řešení.5 **Řešte rovnice.****Do záznamového archu uveďte u obou podúloh celý postup řešení.**

Zkoušku nezapisujte.

5.1
$$x - \frac{x-2}{2} = \frac{2x}{3} - 2$$

Řešení:

$$\begin{aligned} x - \frac{x-2}{2} &= \frac{2x}{3} - 2 \quad / \cdot 6 \\ 6x - 3x + 6 &= 4x - 12 \\ 3x - 4x &= -12 - 6 \\ -1x &= -18 \\ x &= 18 \end{aligned}$$

$$5.2 \quad 2 \cdot (3x - 2,5) = -5 + 3 \cdot (3x - 2)$$

Řešení:

$$\begin{aligned} 2 \cdot (3x - 2,5) &= -5 + 3 \cdot (3x - 2) \\ 6x - 5 &= 9x - 6 - 5 \\ 6x - 5 &= 9x - 11 \\ -3x &= -6 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

max. 4 body

- 6** Ve vnitrostátním rychlíku jsou řazeny vagóny 1. a 2. třídy. Vagónů 2. třídy je dvakrát více než vagónů 1. třídy. V každém vagónu je 10 kupé (oddílů pro cestující). Ve vagónech 1. třídy je v každém kupé šest míst k sezení, ve vagónech 2. třídy osm míst k sezení. Ve všech kupé rychlíku je dohromady 440 míst k sezení.

6.1 Kolik vagónů 2. třídy je součástí rychlíku?

Řešení:

Celkem vagónů: x

Vagónů 2. třídy: $\frac{2}{3}x$ Míst ve 2. třídě: $\left(\frac{2}{3}x\right) \cdot 8 \cdot 10$

Vagónů 1. třídy: $\frac{1}{3}x$ Míst v 1. třídě: $\left(\frac{1}{3}x\right) \cdot 6 \cdot 10$

Celkem míst: 440 $\left(\frac{2}{3}x\right) \cdot 8 \cdot 10 + \left(\frac{1}{3}x\right) \cdot 6 \cdot 10 = 440$

$$\frac{160}{3}x + \frac{60}{3}x = 440$$

$$\frac{220}{3}x = 440$$

$$x = 6 \Rightarrow \frac{2}{3} \cdot 6 = 4$$

6.2 Kolik míst k sezení je dohromady ve vagónech 1. třídy?

Řešení:

Celkem vagónů: 6

Míst v 1. třídě: $\left(\frac{1}{3}x\right) \cdot 6 \cdot 10 = \left(\frac{1}{3} \cdot 6\right) \cdot 6 \cdot 10 = 120$

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 7

V restauraci nabízejí tři různá obědová menu (polévku, hlavní jídlo a nápoj) označená písmeny A, B a C. Do restaurace přijely tři skupiny turistů po dvaceti lidech. V tabulce jsou uvedeny obědy, které si jednotlivé skupiny objednaly, a kolik za ně zaplatily.

| | Počet obědů | | | Celková cena za obědy |
|-----------|-------------|----|----|-----------------------|
| | A | B | C | |
| skupina 1 | 20 | 0 | 0 | 4 000 Kč |
| skupina 2 | 10 | 10 | 0 | 4 800 Kč |
| skupina 3 | 5 | 5 | 10 | 5 400 Kč |

max. 4 body

7

7.1 Jaká byla cena oběda B?

Řešení:

$$\text{Cena obědu A: } 4\,000 \text{ Kč} : 20 = 200 \text{ Kč}$$

$$\text{Cena obědu B: } 10 \cdot 200 \text{ Kč} + 10 \cdot x = 4\,800 \text{ Kč}$$

$$10x = 2\,800 \text{ Kč}$$

$$x = 280 \text{ Kč}$$

7.2 Jaká byla cena oběda C?

Řešení:

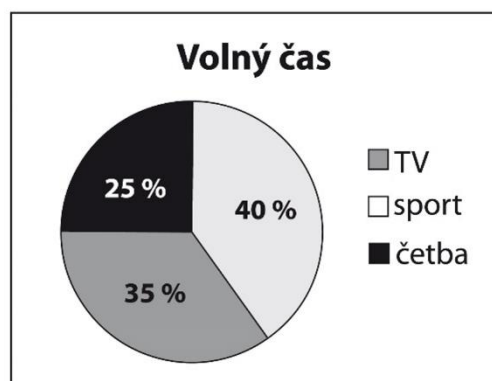
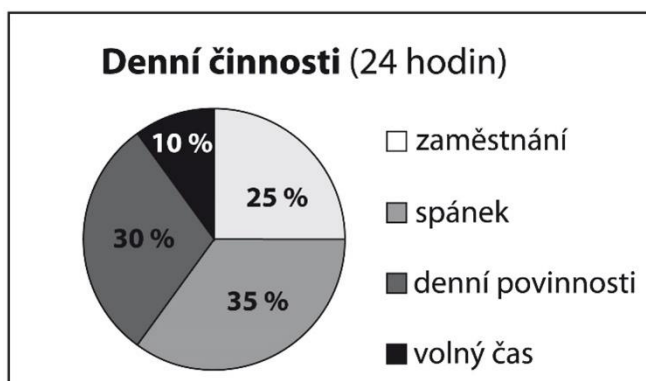
$$\text{Cena obědu C: } 5 \cdot 200 \text{ Kč} + 5 \cdot 280 \text{ Kč} + 10 \cdot y = 5\,400 \text{ Kč}$$

$$10y = 3\,000 \text{ Kč}$$

$$y = 300 \text{ Kč}$$

VÝCHOZÍ TEXT A GRAFY K ÚLOZE 8

V prvním grafu je uvedeno průměrné časové rozložení všech denních činností paní Kratochvílové v pracovní den. Ve druhém grafu je zaznamenáno rozložení jejího volného času v pracovní den.



8 Vypočítejte:**8.1 Kolik hodin denně paní Kratochvílová tráví v zaměstnání?****Řešení:**

| | | |
|----------|-----|-------|
| 24 hodin | ... | 100 % |
| x hodin | ... | 25 % |

$$\frac{x}{24} = \frac{25}{100} \Rightarrow x = \frac{25 \cdot 24}{100} = \frac{600}{100} = 6 \text{ hodin v zaměstnání}$$

8.2 Kolik minut denně paní Kratochvílová sportuje?

Výsledek zaokrouhlete na celé minuty.

Řešení:

$$24 \text{ hodin} = 24 \cdot 60 \text{ min} = 1\,440 \text{ min}$$

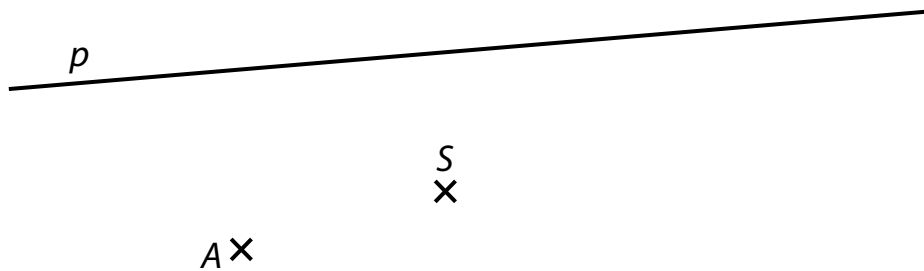
$$10 \% \text{ z } 1\,440 \text{ minut} = 144 \text{ minut má volného času}$$

| | | |
|-------------|-----|-----------|
| 100 % volna | ... | 144 minut |
| 40 % sport | ... | x minut |

$$\frac{x}{144} = \frac{40}{100} \Rightarrow x = \frac{40 \cdot 144}{100} = \frac{288}{5} = 57,6 \doteq 58 \text{ minut sportuje}$$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V rovině je dána přímka p a body A a S , které neleží na přímce p . Bod A je vrchol obdélníku $ABCD$, bod S je střed obdélníku (průsečík úhlopříček). Vrchol D obdélníku leží na přímce p .



max. 3 body

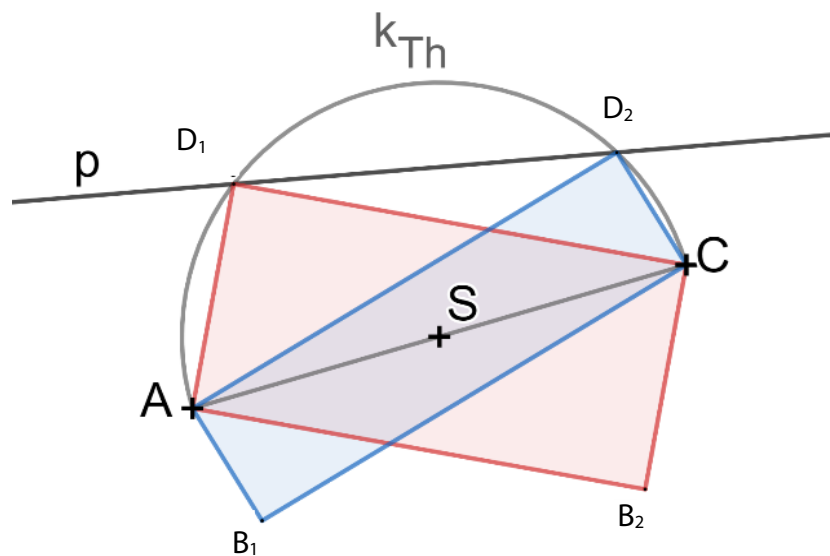
9 Sestrojte obdélník $ABCD$.

Nalezněte všechna řešení.

V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (všechny čáry, kružnice nebo jejich části i písmena).

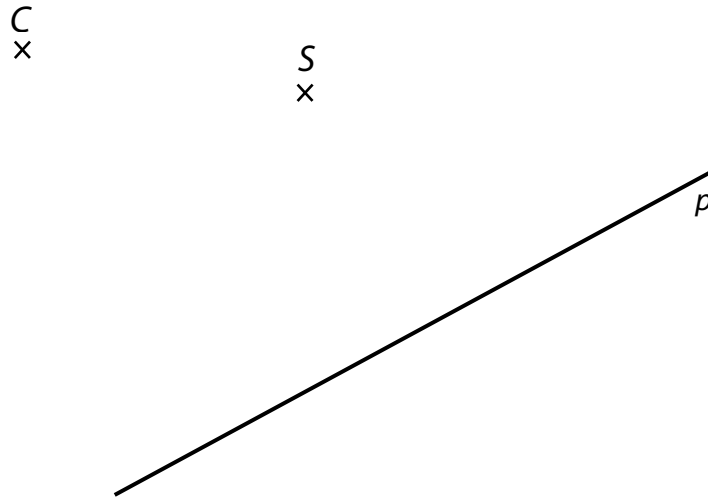
Řešení:

1. $\rightarrow AS$
2. $k; k(S; |SA|)$
3. $C; \rightarrow AS \cap k = \{C\}$
k je Thaletova kružnice
4. $D_1; \leftrightarrow p \cap k = \{D_1\}$
5. $\rightarrow D_1S$
6. $B_1; B_1 \in \rightarrow D_1S \wedge |B_1S| = |D_1S|$
7. obdélník AB_1CD_1
8. $D_2; \leftrightarrow p \cap k = \{D_2\}$
9. $\rightarrow D_2S$
10. $B_2; B_2 \in \rightarrow D_2S \wedge |B_2S| = |D_2S|$
11. obdélník AB_2CD_2



VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V rovině leží body C , S a přímka p . Bod C je vrchol pravoúhlého trojúhelníku ABC . Bod S je střed strany BC tohoto trojúhelníku. Strana AB tohoto trojúhelníku je rovnoběžná s přímkou p .



max. 3 body

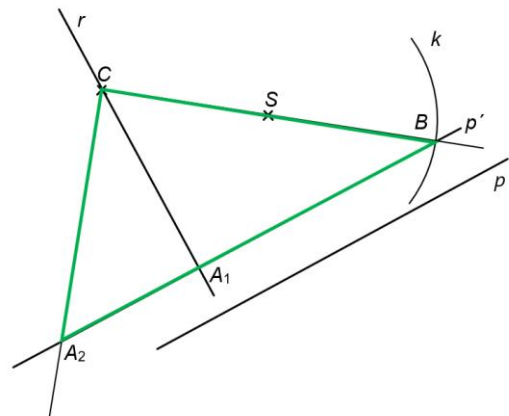
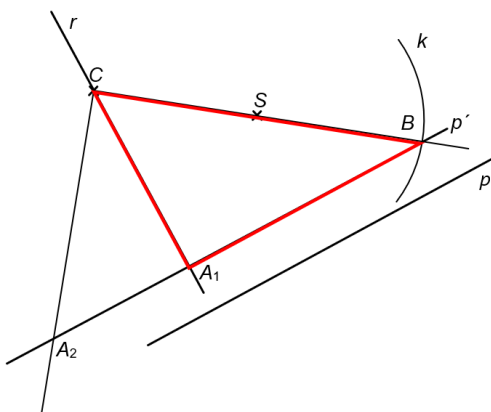
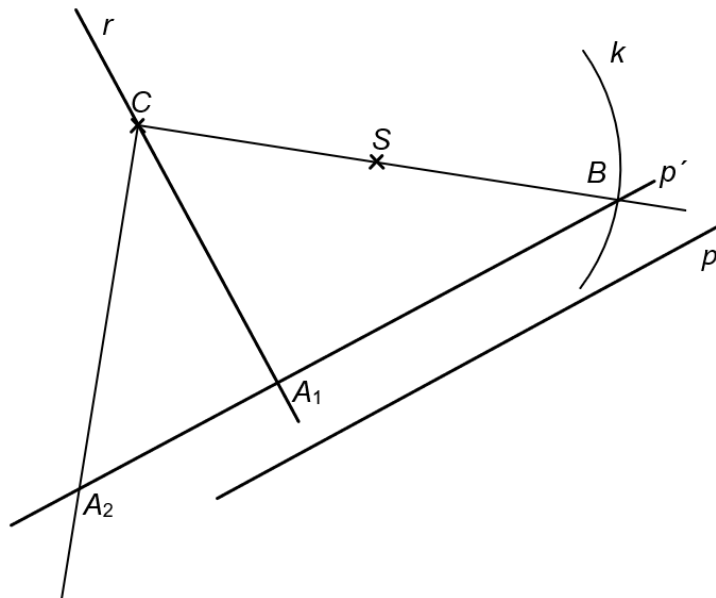
10 Sestrojte pravoúhlý trojúhelník ABC .

Najděte všechna řešení.

V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (všechny čáry, kružnice nebo jejich části i písmena).

Řešení:

1. $\rightarrow CS$
2. $k; k(S; |CS|)$
3. $B; \rightarrow CS \cap k = \{B\}$
4. $\leftrightarrow p'; \leftrightarrow p' \parallel \leftrightarrow p \wedge B \in \leftrightarrow p'$
5. $\leftrightarrow r; \leftrightarrow r \perp \leftrightarrow p' \wedge C \in \leftrightarrow r$
6. $B_1; \leftrightarrow r \cap \leftrightarrow p' = \{B_1\}$
7. trojúhelník AB_1C
8. $\leftrightarrow m; \leftrightarrow m \perp \rightarrow CS \wedge C \in \leftrightarrow m$
9. $B_2; \leftrightarrow m \cap \leftrightarrow p' = \{B_2\}$
10. trojúhelník AB_2C



2 body

- 11 V obchodě prodávají dámská a pánská trička. Ráno před začátkem otevírací doby tvořila dámská trička 60 % z celkového naskladněného množství triček, zbytek byla trička pánská. Přes den se prodalo 45 dámských triček, což je čtvrtina všech dámských triček, která byla v obchodě naskladněna ten den ráno. Pánských triček se ze všech naskladněných pánských triček prodala polovina.

Kolik zůstalo na konci dne v obchodě triček (dámských i pánských dohromady)?

A) méně než 200

B) 200

C) 210

D) 220

E) více než 220

Řešení:

triček: x (100 %)
180 triček je 60 % \Rightarrow 3 trička je 1 %
 \Rightarrow 100 % je 300 triček

dámských triček: $0,6x$ (60 %)
45 triček je jedna čtvrtina $\Rightarrow 4 \cdot 45 = 180$ triček

pánských triček: $0,4x$ (40 %)
180 triček je 60 % \Rightarrow 3 trička je 1 % \Rightarrow 40 % je 120 triček

prodalo se: 45 dámských + 60 pánských triček = 105 triček
zůstalo: $300 - 105 = 195$ triček

2 body

- 12 Petr přečetl již 1 050 stran knižní série, do konce mu zbývá přečíst ještě 450 stran.

Kolik procent stran knižní série Petrovi zbývá dočíst?

A) 27 %

B) 30 %

C) 33 %

D) 40 %

E) 43 %

Řešení:

Celá kniha: $1050 + 450 = 1500$ stran je 100 % \Rightarrow 1 % je 15 stran
Zbývá dočíst: 450 stran $\Rightarrow 450 : 15 = 30 \Rightarrow 30$ %

2 body

- 13 Maminka oškrabe 6 kg brambor za 2 hodiny a 24 minut. Babička oškrabe 2 kg brambor za 1 hodinu a 20 minut. Maminka i babička škrabou brambory stálým tempem.

Za kolik minut oškrabou maminka a babička 1 kg brambor, pokud škrabou obě dohromady?

- A) za 64 minut
B) za 32 minut
C) za 15 minut
D) za 12 minut
E) jiný výsledek

Řešení:

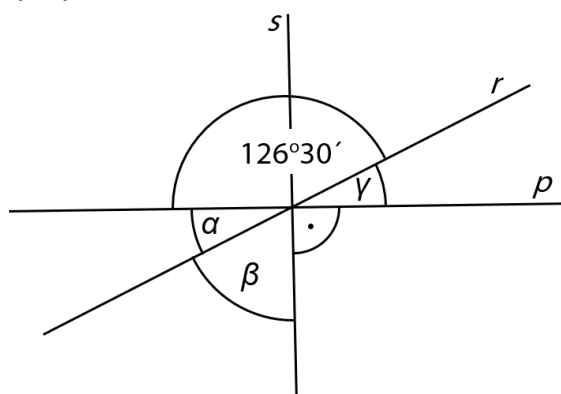
Maminka: za 2 h 24 min = 144 min oškrabe 6 kg brambor
⇒ 1 kg oškrabe za 24 min

Babička: za 1 h 20 min = 80 min oškrabe 2 kg brambor
⇒ 1 kg oškrabe za 40 min

Dohromady: $\frac{x}{24} + \frac{x}{40} = 1 \quad / \cdot 120$
 $5x + 3x = 120$
 $8x = 120$
 $x = 15 \text{ minut}$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 14

Přímky p , r a s se protínají v jednom bodě.



14 Jaký je součet úhlů $\alpha + \beta + \gamma$?

Velikosti úhlů neměřte, ale vypočítejte (obrázek je ilustrační).

- A) $126^\circ 30'$
 B) $133^\circ 30'$
 C) **$143^\circ 30'$**
 D) 180°
 E) jiný výsledek

Řešení:

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - 126^\circ 30' = 53^\circ 30'$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 90^\circ + 53^\circ 30' = 143^\circ 30'$$

max. 3 body

- 15 V obchodě mají dva druhy jablek. Kilogram jednoho druhu (dražších) jablek stojí 30 Kč, kilogram druhého druhu (levnějších) jablek stojí 25 Kč. Paní Vitamínová koupila x kilogramů jablek, kde x je celé číslo, a zaplatila 330 Kč.

Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (15.1–15.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

- | | | A | N |
|------|---|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 15.1 | Pokud paní Vitamínová koupila 12 kg jablek, koupila stejná množství obou druhů jablek. | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 15.2 | Paní Vitamínová mohla koupit jen levnější druh jablek. | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| 15.3 | Pokud chce paní Vitamínová koupit co nejvíce kilogramů jablek, musí koupit právě jeden kilogram drahých jablek. | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 15.1 | Pokud paní Vitamínová koupila 12 kg jablek, koupila stejná množství obou druhů jablek. | | |

Řešení:

$$30x + 25(12 - x) = 330$$

$$30x + 300 - 25x = 330$$

$$5x = 30$$

$$x = 6 \text{ kg}$$

- 15.2 Paní Vitamínová mohla koupit jen levnější druh jablek.

Řešení:

$$330 : 25 = 13,2 \Rightarrow 13,2 \text{ kg není celé číslo}$$

- 15.3 Pokud chce paní Vitamínová koupit co nejvíce kilogramů jablek, musí koupit právě jeden kilogram drahých jablek.

Řešení:

150 Kč je nejmenší společný násobek – 6 kg levnějších jablek nebo 5 kg dražších
 $12 \cdot 25 + 1 \cdot 30 = 330$

max. 6 bodů

16 Přiřadte ke každé podúloze (16.1–16.3) odpovídající výsledek (A–F).

- 16.1 Zvětšíme-li neznámé číslo o 4 %, dostaneme číslo 780.
Jaké je toto neznámé číslo? D
- 16.2 O kolik procent musíme zvětšit $\frac{1}{8}$, abychom dostali $\frac{1}{2}$? A
- 16.3 Máme dvě čerpadla. Jejich výkony jsou v poměru 3:7. Méně výkonné čerpadlo vyčerpá 150 litrů vody za dvě hodiny. Kolik litrů vody vyčerpá výkonnější čerpadlo za 5 hodin? E

A) 300 16.2

B) 400

C) 720

D) 750 16.1

E) 875 16.3

F) jiný výsledek

Řešení:

- 16.1 Zvětšíme-li neznámé číslo o 4 %, dostaneme číslo 780. Jaké je toto neznámé číslo?

Řešení:

780 je 104 % $\Rightarrow 1\% = 7,5 \Rightarrow 100\%$ je 750

- 16.2 O kolik procent musíme zvětšit $\frac{1}{8}$, abychom dostali $\frac{1}{2}$?

Řešení:

$\frac{1}{8}$ je 100 % $\Rightarrow 1\% = \frac{1}{800} \Rightarrow \frac{1}{2} : \frac{1}{800} = \frac{1}{2} \cdot \frac{800}{1} = 400\% \Rightarrow$ o 300 %

16.3 Máme dvě čerpadla. Jejich výkony jsou v poměru 3:7. Méně výkonné čerpadlo vyčerpá 150 litrů vody za dvě hodiny. Kolik litrů vody vyčerpá výkonnější čerpadlo za 5 hodin?

Řešení:

1. čerpadlo: $150 \text{ litrů} : 2 \text{ hodiny} = 75 \text{ litrů za 1 hodinu}$
což jsou 3 díly $\Rightarrow 1 \text{ díl} = 25 \text{ litrů}$

2. čerpadlo: $25 \text{ litrů} \cdot 7 \text{ dílů} = 175 \text{ litrů za 1 hodinu}$
 $\Rightarrow 5 \cdot 175 \text{ litrů} = 875 \text{ litrů za 5 hodin}$