

DIDAKTICKÝ TEST

Jméno a příjmení

Počet úloh: 16

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů

Povolené pomůcky: pouze psací a rýsovací potřeby

1 Základní informace k zadání zkoušky

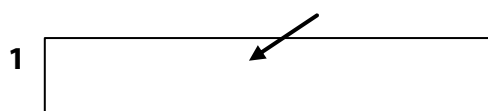
- **Časový limit** pro řešení didaktického testu je uveden na záznamovém archu.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Za neuvedené řešení úlohy či za nesprávné řešení úlohy jako celku **se neudělují záporné body**.
- **Odpovědi píšete do záznamového archu.**
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- Didaktický test obsahuje **otevřené** a **uzavřené úlohy**. Uzavřené úlohy obsahují nabídku odpovědí. U každé takové úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.

2 Pravidla správného zápisu do záznamového archu

- Řešení úloh zapisujte do záznamového archu **modře nebo černě** píšící propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.
- V konstrukčních úlohách rýsujte tužkou a následně vše obtáhněte propisovací tužkou.

2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

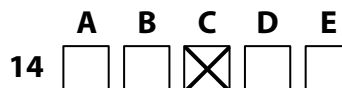
- Řešení úloh **píšte čitelně** do vyznačených bílých polí záznamového archu.



- Pokud budete chtít provést opravu, původní zápis přeškrtněte a nový uveďte do stejného pole.
- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- Záписy uvedené mimo vyznačená bílá pole záznamového archu nebudou hodnoceny.

2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, pečlivě zabarvíte původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.



- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědi (např. dva křížky u jedné otázky) bude považován za nesprávnou odpověď.

TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYN!

V úlohách 1, 2, 4.1, 4.2, 6, 7, 8 a 16 přepište do záznamového archu pouze výsledky.

1 bod

1 Určete, na kolik 16minutových intervalů lze rozdělit 1,6 hodiny.

Řešení:

$$\frac{1,6 \cdot 60}{16} = 6$$

max. 2 body

2 Doplněte do rámečku takové číslo, aby platila rovnost.

2.1

$$0,3 \text{ m}^2 - 52 \text{ cm}^2 = \boxed{} \text{ cm}^2$$

Řešení:

Řešíme v cm^2 .

$$3\,000 \text{ cm}^2 - 52 \text{ cm}^2 = \boxed{2\,948} \text{ cm}^2$$

2.2

$$\boxed{} \text{ dm}^3 - 0,04 \text{ m}^3 = 250 \text{ cm}^3$$

Řešení:

Řešíme v dm^3 .

$$\boxed{?} \text{ dm}^3 - 40 \text{ dm}^3 = 0,25 \text{ dm}^3$$

$$0,25 \text{ dm}^3 + 40 \text{ dm}^3 = 40,25 \text{ dm}^3$$

$$\boxed{40,25} \text{ dm}^3 - 40 \text{ dm}^3 = 0,25 \text{ dm}^3$$

V záznamovém archu uveďte čísla doplněná do rámečků.

Doporučení: Úlohy 3, 4.3 a 5 řešte přímo v záznamovém archu.

max. 4 body

3 Vypočítejte a výsledek zapište zlomkem v základním tvaru.

3.1

$$\left(\frac{5}{8} \cdot \frac{10}{9} - \frac{4}{9}\right) : \left(8 \cdot \frac{1}{6}\right) =$$

Řešení:

$$\left(\frac{5}{8} \cdot \frac{10}{9} - \frac{4}{9}\right) : \left(8 \cdot \frac{1}{6}\right) = \left(\frac{5}{4} \cdot \frac{5}{9} - \frac{4}{9}\right) : \frac{4}{3} = \frac{25 - 16}{36} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{36} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$$

3.2

$$\frac{2 - \frac{13}{10}}{\frac{5}{3} - \frac{1}{2}} =$$

Řešení:

$$\frac{2 - \frac{13}{10}}{\frac{5}{3} - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{20 - 13}{10}}{\frac{10}{6} - \frac{3}{6}} = \frac{\frac{7}{10}}{\frac{7}{6}} = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{7} = \frac{3}{5}$$

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení**.

max. 4 body

4

4.1 Rozložte na součin podle vzorce.

$$9a^2 - 30a + 25 =$$

Řešení:

$$9a^2 - 30a + 25 = (3a - 5)(3a - 5)$$

4.2 Vynásobte (výsledný výraz nesmí obsahovat závorky).

$$(3x + y) \cdot (3x - 2) =$$

Řešení:

$$(3x + y) \cdot (3x - 2) = 9x^2 + 3xy - 6x - 2y$$

4.3 Zjednodušte (výsledný výraz nesmí obsahovat závorky).

$$(4n - 1) \cdot (4n + 1) - 8n \cdot (n - 1) =$$

Řešení:

$$(4n - 1) \cdot (4n + 1) - 8n \cdot (n - 1) = 16n^2 - 1 - 8n^2 + 8n = 8n^2 + 8n - 1$$

V záznamovém archu uveďte pouze v úloze 4.3 celý **postup řešení**.

max. 4 body

5 Řešte rovnici:

5.1

$$0,3 \cdot 2 - 0,5x \cdot 2 + 0,4x = x + 3,8$$

Řešení:

$$0,3 \cdot 2 - 0,5x \cdot 2 + 0,4x = x + 3,8$$

$$0,6 - x + 0,4x = x + 3,8$$

$$-3,2 = 1,6x$$

$$x = -2$$

5.2

$$\frac{3}{4} \cdot (4 - y) + \frac{3}{2} \cdot (y + 2) = 6 + \frac{3y}{2}$$

Řešení:

$$\frac{3}{4} \cdot (4 - y) + \frac{3}{2} \cdot (y + 2) = 6 + \frac{3y}{2} \quad | \cdot 4$$

$$3(4 - y) + 6(y + 2) = 24 + 6y$$

$$12 - 3y + 6y + 12 = 24 + 6y$$

$$-3y = 0$$

$$y = 0$$

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení** (zkoušku nezapisujte).

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

Firma zaměstnává 200 osob. Během epidemie museli někteří pracovat z domova.

Včera byla na pracovišti jedna třetina žen zaměstnaných ve firmě a dvě pětiny mužů zaměstnaných ve firmě, všichni ostatní pracovali z domova.

(CZVV)

max. 3 body

6 Počet všech žen zaměstnaných ve firmě označte x .

6.1 V závislosti na veličině x **vyjádřete** počet žen, které byly včera na pracovišti.

Řešení:

Počet žen, které byly včera na pracovišti: $\frac{x}{3}$

6.2 V závislosti na veličině x **vyjádřete** počet mužů, kteří byli včera na pracovišti.

Řešení:

Počet všech mužů zaměstnaných ve firmě: $200 - x$

Počet mužů, kteří byli včera na pracovišti: $\frac{2}{5} \cdot (200 - x) = 80 - 0,4x$

6.3 Včera bylo na pracovišti celkem 70 osob zaměstnaných ve firmě.

Vypočtete, kolik žen firma zaměstnává.

Řešení:

$$\frac{x}{3} + \frac{2}{5} \cdot (200 - x) = 70 \quad | \cdot 15$$

$$5x + 6(200 - x) = 1050$$

$$5x + 1200 - 6x = 1050$$

$$x = 150$$

Firma zaměstnává **150 žen**.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 7

Farmářka chová 3 koně, ale nemá již pro ně žádné krmivo.

Chovatel, který má pro svých 5 koní krmivo na 120 dní, farmářce dvě pětiny tohoto krmiva prodá.

(Každý kůň spotřebuje za den stejné množství krmiva.)

(CZVV)

max. 4 body

7 Vypočtete, za kolik dní

7.1 by veškeré chovatelovo krmivo spotřebovalo všech 8 koní společně,

Řešení:

5 koní ... 120 dní

1 kůň ... 600 dní ($120 \cdot 5 = 600$)

8 koní ... **75 dní** ($600 : 8 = 75$)

7.2 spotřebují chovatelovi koně krmivo, které chovatel neprodá,

Řešení:

1 krmivo ... 120 dní

$\frac{1}{5}$ krmiva ... 24 dní ($120 : 5 = 24$)

$\frac{3}{5}$ krmiva ... **72 dní** ($24 \cdot 3 = 72$)

7.3 spotřebují farmářčini koně krmivo, které farmářka zakoupí od chovatele.

Řešení:

5 koní ... 120 dní ... 1 krmivo

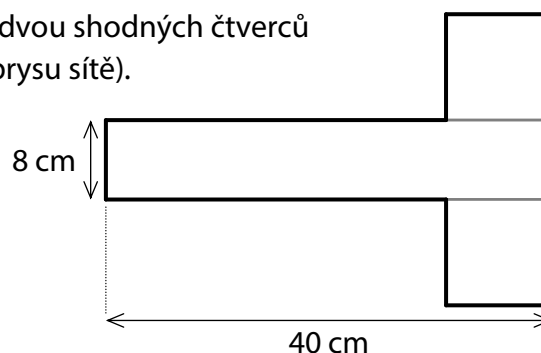
1 kůň ... 600 dní ... 1 krmivo

3 koně ... 200 dní ... 1 krmivo

3 koně ... **80 dní** ... $\frac{2}{5}$ krmiva

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Síť kolmého čtyřbokého hranolu se skládá ze dvou shodných čtverců a obdélníku s rozměry 40 cm a 8 cm (viz náčrt obrysu sítě).



(CZVV)

max. 3 body

8 Vypočtete

8.1 v cm^2 povrch hranolu,

8.2 v cm^3 objem hranolu.

Řešení:

Hranol má dvě čtvercové stěny.

Dva ze tří rozměrů hranolu tedy musí být stejné ($a = b$).

Menší rozměr daného obdélníku představuje třetí rozměr hranolu $c = 8 \text{ cm}$.

Všechny čtyři obdélníkové stěny, které sousedí se čtvercovou stěnou, jsou shodné.

Daný obdélník proto rozdělíme na 4 shodné části.

$$a = 40 \text{ cm} : 4 = 10 \text{ cm}$$

$$b = a = 10 \text{ cm}$$

$$c = 8 \text{ cm}$$

Povrch hranolu označíme S , objem V .

8.1 Povrch hranolu je stejný jako obsah zobrazené sítě:

$$S = (2 \cdot 10^2 + 8 \cdot 40) \text{ cm}^2 = 520 \text{ cm}^2$$

případně podle vzorce:

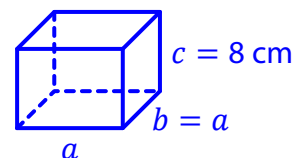
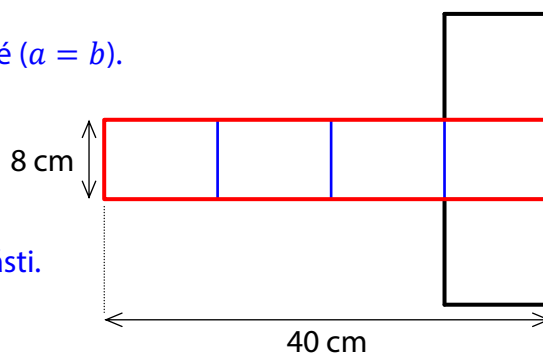
$$S = 2 \cdot (ab + bc + ac)$$

$$S = 2 \cdot (10 \cdot 10 + 10 \cdot 8 + 10 \cdot 8) \text{ cm}^2 = 520 \text{ cm}^2$$

8.2 Objem hranolu:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

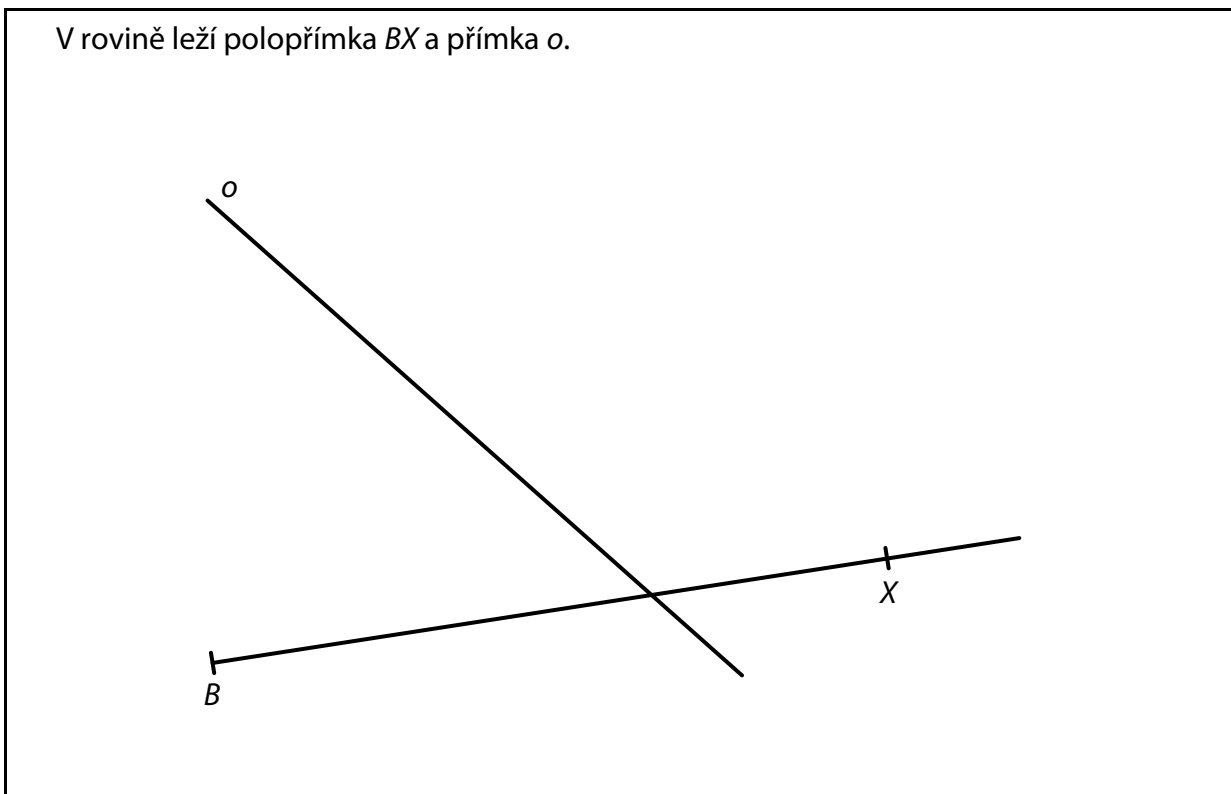
$$V = 10 \cdot 10 \cdot 8 \text{ cm}^3 = 800 \text{ cm}^3$$



Doporučení pro úlohy 9 a 10: Rýsujte přímo **do záznamového archu**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V rovině leží polopřímka BX a přímka o .



(CZVV)

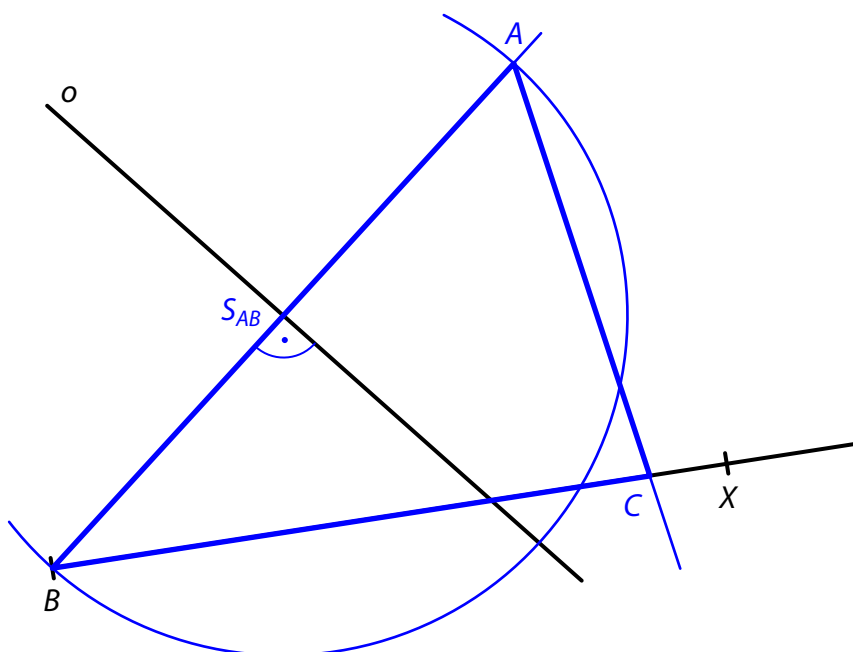
max. 2 body

- 9** Bod B je vrchol trojúhelníku ABC . Přímka o je osou strany AB . Velikost vnitřního úhlu BAC je 60° a vrchol C leží na polopřímce BX .

Sestrojte vrcholy A, C trojúhelníku ABC , **označte** je písmeny a trojúhelník **narýsujte**.

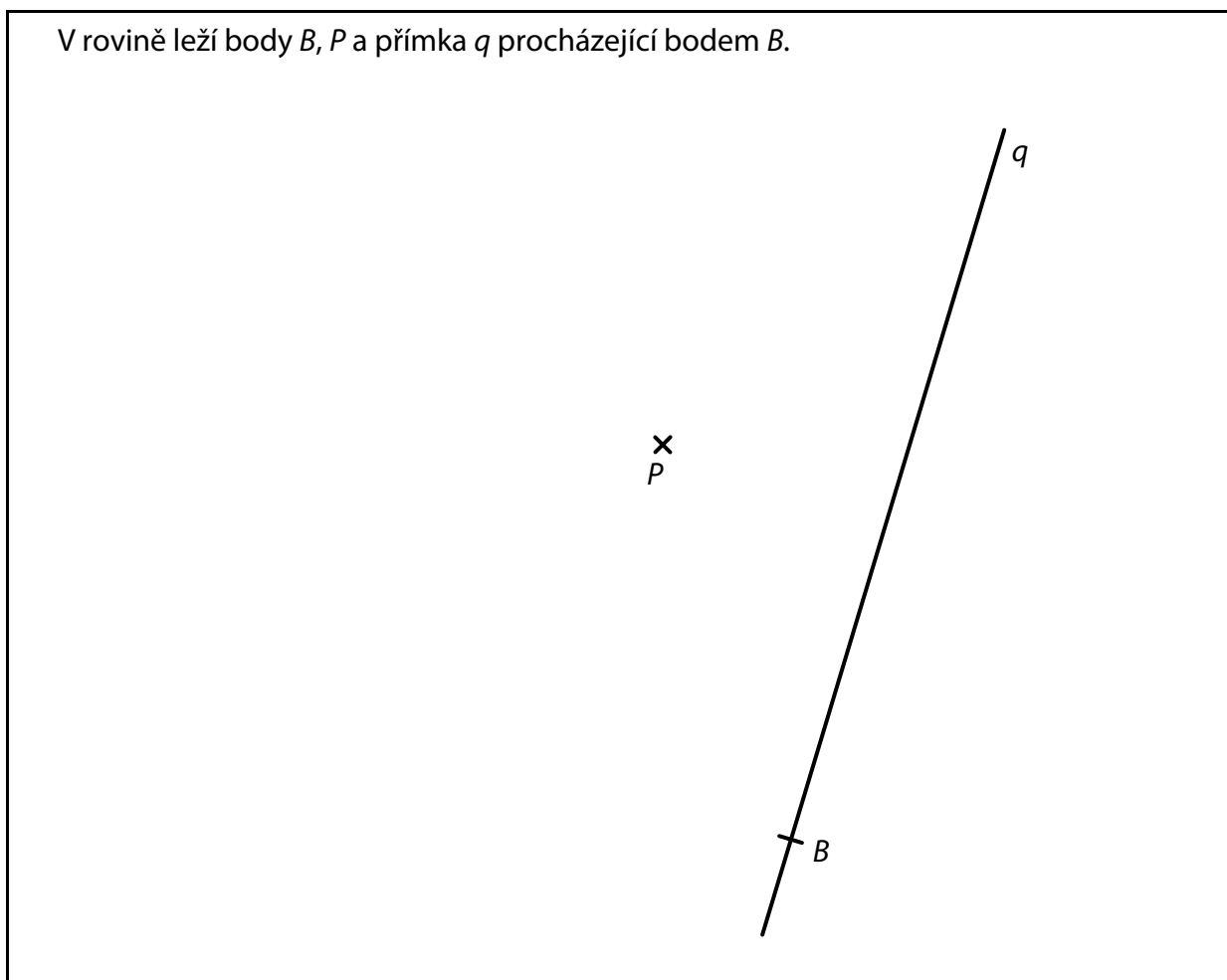
V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Řešení:



VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V rovině leží body B, P a přímka q procházející bodem B .



(CZVV)

max. 3 body

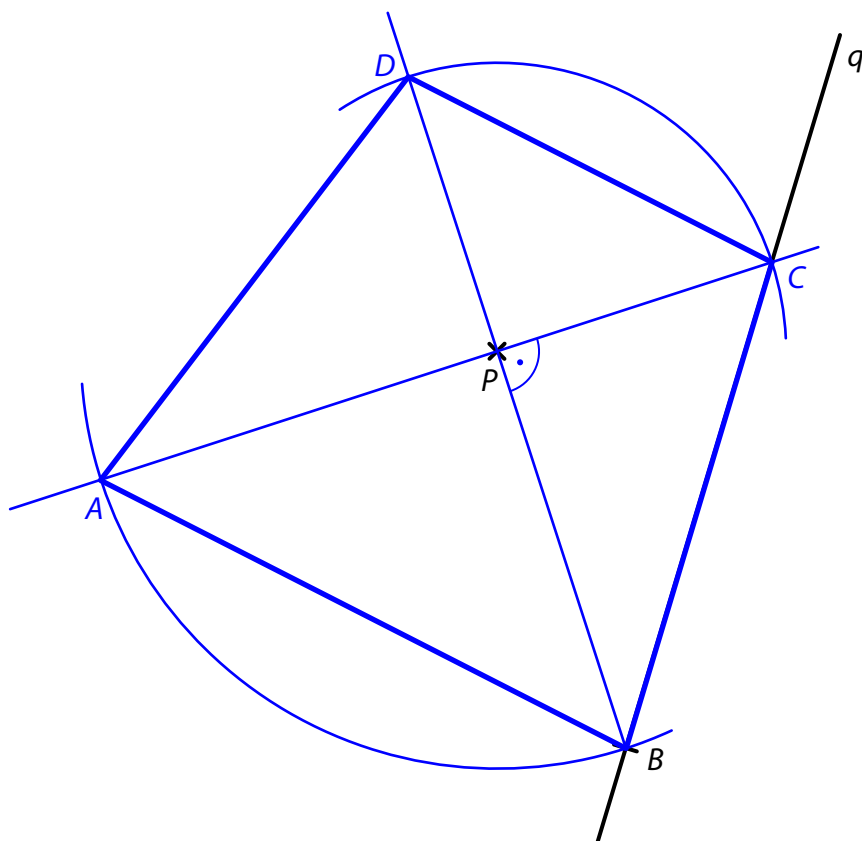
- 10** Bod B je vrchol rovnoramenného lichoběžníku $ABCD$ se základnou AB , rameno BC leží na přímce q .

Úhlopříčky AC a BD se protínají v bodě P a jsou na sebe kolmé.

Sestrojte vrcholy A, C, D lichoběžníku $ABCD$, **označte** je písmeny a lichoběžník **narýsujte**.

V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Řešení:



VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 11

Děti mají mapu s měřítkem 1 : 50 000.
Alena ujela na koloběžce trasu délky 10 km a vypočetla, že na mapě je to 5 cm.
Beáta ušla trasu, která je na mapě zobrazena čarou délky 15 cm.
Čestmír ušel dvakrát delší trasu než Beáta.

(CZVV)

max. 4 body

11 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (11.1–11.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

- | | A | N |
|---|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 11.1 Alenin výpočet je správný. | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| 11.2 Beáta ušla trasu délky 7,5 km. | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 11.3 Na mapě je Beátina trasa o polovinu kratší než Čestmírova trasa. | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Řešení:

11.1

$$1 \text{ cm} \dots 50\,000 \text{ cm} = 0,5 \text{ km}$$
$$5 \text{ cm} \dots 2,5 \text{ km} \quad (5 \cdot 0,5 = 2,5)$$

Tvrzení 11.1 je **nepravdivé**.

11.2

1 cm ... 0,5 km
15 cm ... 7,5 km ($15 \cdot 0,5 = 7,5$)

Tvrzení 11.2 je **pravdivé**.

11.3

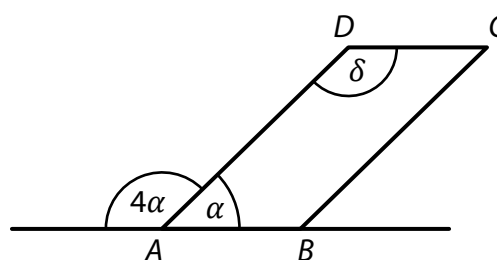
Beáta ... 15 cm ... 7,5 km
Čestmír ... 30 cm ... 15 km ($7,5 \cdot 2 = 15$)

$30 \text{ cm} : 2 = 15 \text{ cm}$

Tvrzení 11.3 je **pravdivé**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 12

V rovině leží přímka AB a rovnoběžník $ABCD$.
Rovnoběžník má vnitřní úhly o velikostech α , δ .



(CZVV)

2 body

12 Jaká je velikost úhlu δ ?

Velikosti úhlů neměřte, ale vypočtete.

- A) menší než 108°
- B) 108°
- C) 135°
- D) 144°
- E) větší než 144°

Řešení:

Úhly o velikostech α a 4α jsou vedlejší: $\alpha + 4\alpha = 180^\circ$

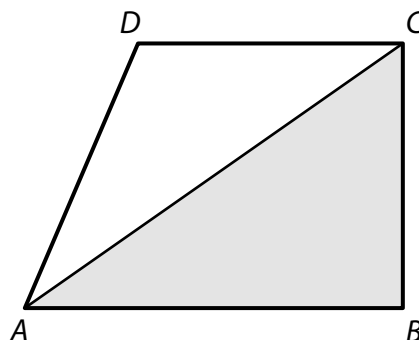
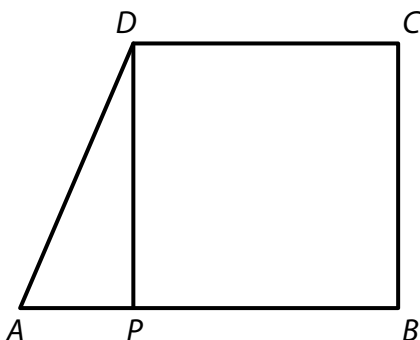
Platí: $\alpha = 180^\circ : 5 = 36^\circ$

Přímky AB a CD jsou rovnoběžné, proto střídavé úhly o velikostech 4α a δ jsou shodné:

$\delta = 4\alpha = 4 \cdot 36^\circ = \mathbf{144^\circ}$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

Pravoúhlý lichoběžník $ABCD$ je úsečkou DP délky 12 cm rozdělen na čtverec $PBCD$ a trojúhelník APD . Obsah trojúhelníku APD je 6krát menší než obsah čtverce $PBCD$.



Z lichoběžníku $ABCD$ oddělíme šedý trojúhelník ABC .

(CZVV)

2 body

13 Jaký je obvod šedého trojúhelníku ABC ?

- A) menší než 48 cm
- B) 48 cm
- C) 50 cm
- D) 52 cm
- E) větší než 52 cm

Řešení:

Obsah čtverce $PBCD$: $12 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} = 144 \text{ cm}^2$

Pro obsah S pravoúhlého trojúhelníku APD platí:

$$S = 144 \text{ cm}^2 : 6 = 24 \text{ cm}^2$$

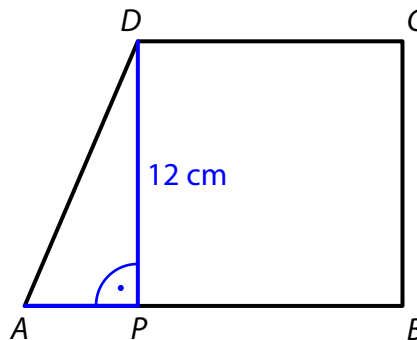
$$S = \frac{|AP| \cdot |PD|}{2}$$

$$\text{Délka strany } AP: |AP| = \frac{2S}{|PD|} = \frac{2 \cdot 24 \text{ cm}^2}{12 \text{ cm}} = 4 \text{ cm}$$

$$\text{Délka odvěsny } AB \text{ trojúhelníku } ABC: 4 \text{ cm} + 12 \text{ cm} = 16 \text{ cm}$$

$$\text{Délka přepony } AC: \sqrt{16^2 + 12^2} \text{ cm} = \sqrt{169 + 144} \text{ cm} = \sqrt{400} \text{ cm} = 20 \text{ cm}$$

$$\text{Obvod trojúhelníku } ABC: 16 \text{ cm} + 12 \text{ cm} + 20 \text{ cm} = 48 \text{ cm}$$



VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 14

Všechny rodiny z Jižní a Severní ulice uvedly, kolik chovají psů.

Výsledky šetření jsou uvedeny v tabulce. Některá pole tabulky nejsou vyplněna.

Ulice	Počet všech rodin	Počet rodin, které chovají				Aritmetický průměr počtu chovaných psů
		0 psů	1 psa	2 psy	3 psy	
Jižní	48	33		5		0,5
Severní		23	12	1		

(CZVV)

2 body

14 Právě 3 psy chová v Severní ulici dvakrát více rodin než v Jižní ulici.

Kolik rodin bydlí v Severní ulici?

- A) 40
- B) 42
- C) 44
- D) 46
- E) jiný počet

Řešení:

Jižní ulice

Počet rodin, které chovají 3 psy, představuje neznámá x .

Počet rodin, které chovají 1 psa: $48 - 33 - 5 - x = 10 - x$

Aritmetický průměr počtu chovaných psů: $\frac{33 \cdot 0 + (10 - x) \cdot 1 + 5 \cdot 2 + x \cdot 3}{48} = 0,5$

$$33 \cdot 0 + (10 - x) \cdot 1 + 5 \cdot 2 + x \cdot 3 = 48 \cdot 0,5$$

$$10 - x + 10 + 3x = 24$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

Severní ulice

Počet rodin, které chovají 3 psy: $2x = 4$

Počet všech rodin: $23 + 12 + 1 + 4 = 40$

15 Přiřadte ke každé úloze (15.1–15.3) odpovídající výsledek (A–F).

15.1 Při úklidové akci „Čisté břehy“ měl každý dobrovolník naplnit jeden odpadkový pytel, ale 20 % dobrovolníků naplnilo ještě druhý pytel. Dobrovolníci tak naplnili o 130 pytlů více, než se předpokládalo.

Kolik pytlů celkem dobrovolníci naplnili?

E

Řešení:

Základ (100 %) je předpokládaný počet naplněných pytlů (1 pytel na dobrovolníka).

Pytle navíc 20 % ... 130 pytlů
 Pytle celkem 120 % ... **780 pytlů** ($6 \cdot 130 = 780$)

15.2 Učitel matematiky obdržel peněžitý dar na nákup učebních pomůcek. Za 24 % daru zakoupil 3 stejná kružítko na tabuli. Model tělesa stál 180 korun, což představuje 2 % daru.

Kolik korun stálo jedno kružítko?

C

Řešení:

Model tělesa 2 % daru ... 180 korun
 3 kružítko 24 %
 1 kružítko 8 % ($24 : 3 = 8$) ... **720 korun** ($4 \cdot 180 = 720$)

15.3 Na 25 % rozlohy zemědělské půdy Jablonecka jsou pole, zbytek tvoří louky. Pastviny pro dobytek zabírají 20 % rozlohy luk, zbývajících 1 800 hektarů luk se využívá pro pěstování trávy na seno.

Kolik hektarů zabírají pole na Jablonecku?

D

Řešení:

Pole 25 % zemědělské půdy
 Louky 75 % ($100 - 25 = 75$)
 Louky pro pastvu 15 % zemědělské půdy ($0,2 \cdot 75 \% = 15 \%$)
 Louky na seno 60 % ($75 - 15 = 60$)
 Louky na seno 60 % ... 1 800 hektarů
 1 % ... 30 hektarů ($1800 : 60 = 30$)
 Pole 25 % ... **750 hektarů** ($25 \cdot 30 = 750$)

případně

Louky pro pastvu 20 % luk
 Louky na seno 80 % ($100 - 20 = 80$)
 Louky na seno 80 % ... 1 800 hektarů
 10 % ... 225 hektarů ($1800 : 8 = 225$)
 Louky celkem 100 % ... 2 250 hektarů ($10 \cdot 225 = 2\,250$)
 Louky 75 % zemědělské půdy ... 2 250 hektarů
 Pole 25 % ... **750 hektarů** ($2\,250 : 3 = 750$)

- A) 650
- B) 675
- C) 720
- D) 750
- E) 780
- F) jiný počet

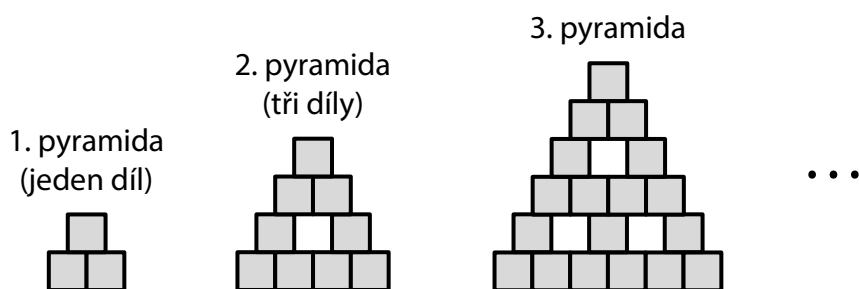
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 16

Každý díl stavebnice se skládá ze tří stejných krychliček. Všechny díly jsou stejné. Z dílů stavíme stále větší pyramidy jako na obrázku.

Nejmenší pyramidu tvoří jediný díl.

Druhá pyramida sestavená ze 3 dílů má 1 otvor, 4 řady a ve spodní řadě 4 krychličky.

Každá další pyramida bude o dvě řady vyšší než předchozí pyramida.



(CZVV)

max. 4 body

16

16.1 Pyramida má ve spodní řadě 50 krychliček.

Určete počet otvorů ve druhé řadě zdola.

Řešení:

50 krychliček ve spodní řadě je součástí 25 dílů ($50 : 2 = 25$), mezi kterými je ve druhé řadě zdola **24 otvorů** ($25 - 1 = 24$).

16.2 Pyramida má celkem 10 otvorů.

Určete počet krychliček v celé pyramidě.

16.3 Pyramida je sestavena z 21 dílů.

Určete počet krychliček ve spodní řadě.

Řešení:

První pyramida má 1 díl a nemá žádný otvor,
ve 2. pyramidě přibudou 2 díly a 1 otvor,
ve 3. pyramidě přibudou 3 díly a 2 otvory,
ve 4. pyramidě přibudou 4 díly a 3 otvory atd.

Pořadí pyramidy	Počet	
	dílů	otvorů
1.	1	0
2.	3 (1 + 2 = 3)	1
3.	6 (3 + 3 = 6)	3 (1 + 2 = 3)
4.	10 (6 + 4 = 10)	6 (3 + 3 = 6)
5.	15 (10 + 5 = 15)	10 (6 + 4 = 10)
6.	21 (15 + 6 = 21)	15
	⋮	

Z tabulky vidíme, že počet dílů v pyramidě odpovídá počtu otvorů v následující pyramidě.

16.2 Deset otvorů má 5. pyramida, která je sestavena z 15 dílů.

V celé pyramidě je **45 krychliček** ($15 \cdot 3 = 45$).

16.3 Z 21 dílů je sestavena 6. pyramida, jejíž spodní řadu vytváří 6 dílů.

Ve spodní řadě pyramidy je **12 krychliček** ($6 \cdot 2 = 12$).

ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.
