

DIDAKTICKÝ TEST

Jméno a příjmení

Počet úloh: 16

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů

Povolené pomůcky: pouze psací a rýsovací potřeby

1 Základní informace k zadání zkoušky

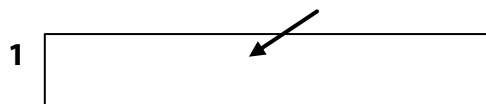
- **Časový limit** pro řešení didaktického testu je uveden na záznamovém archu.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Za neuvedené řešení úlohy či za nesprávné řešení úlohy jako celku **se neudělují záporné body**.
- **Odpovědi píšete do záznamového archu.**
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- Didaktický test obsahuje **otevřené** a **uzavřené úlohy**. Uzavřené úlohy obsahují nabídku odpovědí. U každé takové úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.
- Na poslední straně testového sešitu najdete vybrané **vzorce a vztahy**.

2 Pravidla správného zápisu do záznamového archu

- Řešení úloh zapisujte do záznamového archu **modře nebo černě** píšící propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.
- V konstrukčních úlohách rýsujte tužkou a následně vše obtáhněte propisovací tužkou.

2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

- Řešení úloh **píšete čitelně** do vyznačených bílých polí záznamového archu.



- Pokud budete chtít provést opravu, původní zápis přeškrtněte a nový uveďte do stejného pole.
- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- Zápisy uvedené mimo vyznačená bílá pole záznamového archu nebudou hodnoceny.

2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, pečlivě zabarvíte původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.



- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědi (např. dva křížky u jedné otázky) bude považován za nesprávnou odpověď.

TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYN!

V úlohách 1, 2, 4.1, 4.2, 6, 7, 8 a 16 přepište do záznamového archu pouze výsledky.

1 bod

1 Vypočtete:

$$(-6)^2 - 3 \cdot (-3) =$$

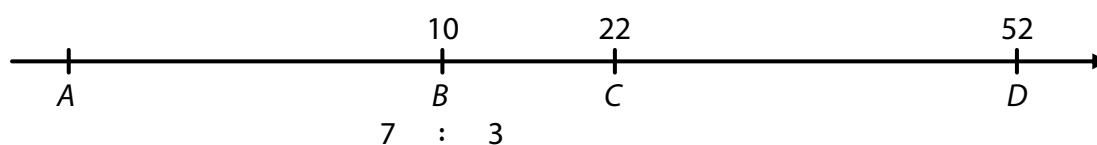
Řešení:

$$(-6)^2 - 3 \cdot (-3) = 36 + 9 = 45$$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 2

Body A , B , C a D představují čtyři čísla na číselné ose.

Bod B dělí (zleva) úsečku AC v poměru $7 : 3$.



(CZVV)

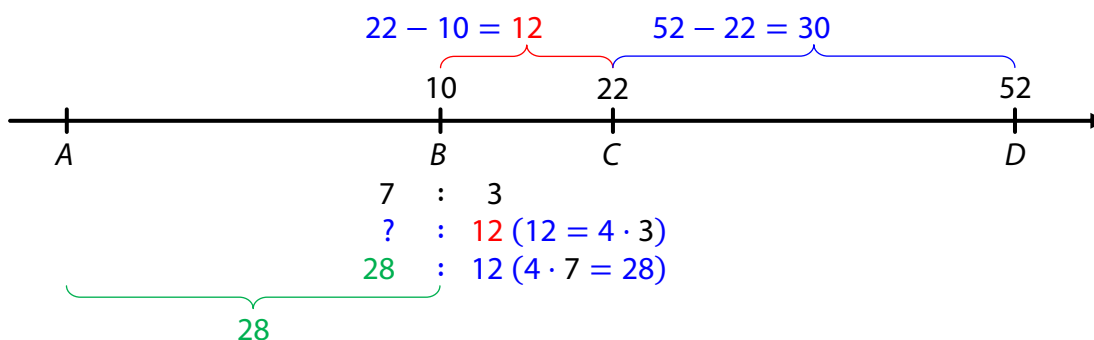
max. 2 body

2

2.1 Určete, v jakém poměru dělí bod C (zleva) úsečku BD . Poměr zapište v základním tvaru.

2.2 Určete číslo, které na číselné ose představuje bod A .

Řešení:



2.1 Poměr, ve kterém bod C dělí úsečku BD : $12 : 30 = 2 : 5$

2.2 Číslo, které na číselné ose představuje bod A : $10 - 28 = -18$

Doporučení: Úlohy 3, 4.3 a 5 řešte přímo v záznamovém archu.

max. 4 body

3 Vypočtěte a výsledek запиšte zlomkem v základním tvaru.

3.1

$$\frac{7}{5} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{10}{21} + \frac{3}{10} =$$

Řešení:

$$\frac{7}{5} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{10}{21} + \frac{3}{10} = \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{2}{1} + \frac{3}{10} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{1} + \frac{3}{10} = \frac{1}{4} + \frac{3}{10} = \frac{5+6}{20} = \frac{11}{20}$$

3.2

$$\frac{1\frac{1}{4} - \frac{5}{8}}{3 \cdot \frac{5}{12}} =$$

Řešení:

$$\frac{1\frac{1}{4} - \frac{5}{8}}{3 \cdot \frac{5}{12}} = \frac{\frac{2-5}{8}}{\frac{5}{4}} = \frac{-3}{8} \cdot \frac{4}{5} = \frac{-3}{2} \cdot \frac{1}{5} = -\frac{3}{10}$$

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení**.

max. 4 body

4

4.1 Upravte a rozložte na součin vytknutím:

$$x \cdot x - x + 2x^2 =$$

Řešení:

$$x \cdot x - x + 2x^2 = x^2 - x + 2x^2 = 3x^2 - x = x \cdot (3x - 1)$$

4.2 Umocněte a zjednodušte (výsledný výraz nesmí obsahovat závorky):

$$(5b - 0,4a)^2 =$$

Řešení:

$$(5b - 0,4a)^2 = 25b^2 - 2 \cdot 5b \cdot 0,4a + 0,16a^2 = 25b^2 - 4ab + 0,16a^2$$

4.3 Zjednodušte (výsledný výraz nesmí obsahovat závorky):

$$(2n - 3) \cdot (4n - 2) + (n - 3) \cdot (n + 3) =$$

Řešení:

$$(2n - 3) \cdot (4n - 2) + (n - 3) \cdot (n + 3) = 8n^2 - 4n - 12n + 6 + n^2 - 9 = 9n^2 - 16n - 3$$

V záznamovém archu uveďte pouze v úloze 4.3 celý **postup řešení**.

5 Řešte rovnici:

5.1

$$5 \cdot (0,2x + 1) = (8 - 6x) : 2$$

Řešení:

$$5 \cdot (0,2x + 1) = (8 - 6x) : 2$$

$$x + 5 = 4 - 3x$$

$$4x = -1$$

$$x = -\frac{1}{4}$$

5.2

$$\frac{y-5}{2} + \frac{3-y}{6} = 1 - \frac{2y}{3}$$

Řešení:

$$\frac{y-5}{2} + \frac{3-y}{6} = 1 - \frac{2y}{3} \quad | \cdot 6$$

$$3y - 15 + 3 - y = 6 - 4y$$

$$6y = 18$$

$$y = 3$$

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení** (zkoušku nezapisujte).

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

V krabici jsou pouze jednobarevné kuličky, a to zelené, červené a modré.
Čtvrtina všech kuliček je zelených, šestina všech kuliček je červených, modrých kuliček je o 20 více než červených.

(CZVM)

max. 3 body

6 Vypočtěte,

- 6.1 kolik kuliček je v krabici,
6.2 o kolik se liší počty zelených a červených kuliček v krabici.

Řešení:

- 6.1 Neznámý počet všech kuliček v krabici označíme x .

$$\begin{aligned}x &= \frac{x}{4} + \frac{x}{6} + \left(\frac{x}{6} + 20\right) \quad | \cdot 12 \\12x &= 3x + 2x + 2x + 240 \\5x &= 240 \\x &= 48\end{aligned}$$

V krabici je **48 kuliček**.

- 6.2 Rozdíl mezi počty zelených a červených kuliček (dosadíme výsledek úlohy 6.1):

$$\frac{48}{4} - \frac{48}{6} = 12 - 8 = 4$$

Zelených kuliček je **o 4** více než červených.

Jiný způsob řešení:

Všechny kuličky	...	1 krabice	
Zelené kuličky	...	$\frac{1}{4}$ krabice	
Červené kuličky	...	$\frac{1}{6}$ krabice	
Všechny kuličky kromě 20 modrých	...	$\frac{7}{12}$ krabice	$\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{7}{12}\right)$
Zbývajících 20 modrých kuliček	...	$\frac{5}{12}$ krabice	$\left(1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}\right)$
		$\frac{1}{12}$ krabice	... 4 kuličky $(20 : 5 = 4)$

- 6.1 Počet kuliček v celé krabici:

$$\frac{12}{12} \text{ krabice} \dots \mathbf{48 \text{ kuliček}} \quad (12 \cdot 4 = 48)$$

- 6.2 Rozdíl mezi počty zelených a červených kuliček:

$$\frac{1}{12} \text{ krabice} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1}{12}\right) \dots \mathbf{4 \text{ kuličky}}$$

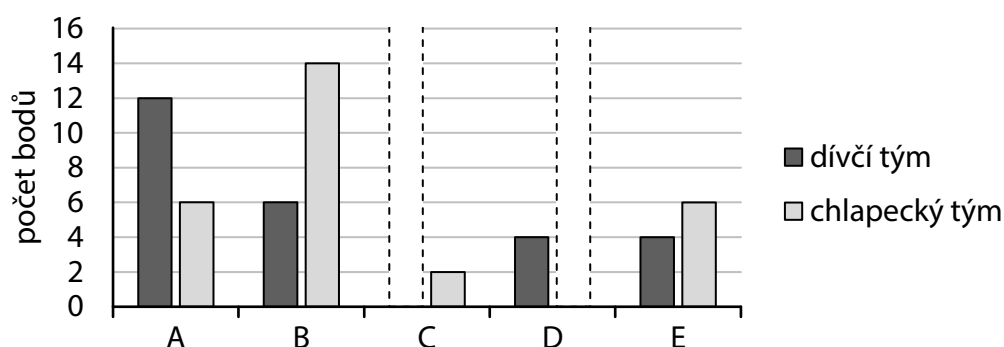
Zelených kuliček je **o 4** více než červených.

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 7

Soutěže se zúčastnilo 5 škol A, B, C, D, E.

Každou školu reprezentovaly dva týmy – jeden dívčí a jeden chlapecký.

Výsledky týmů jsou uvedeny v grafu. Dva údaje chybí.



(CZVV)

max. 4 body

7

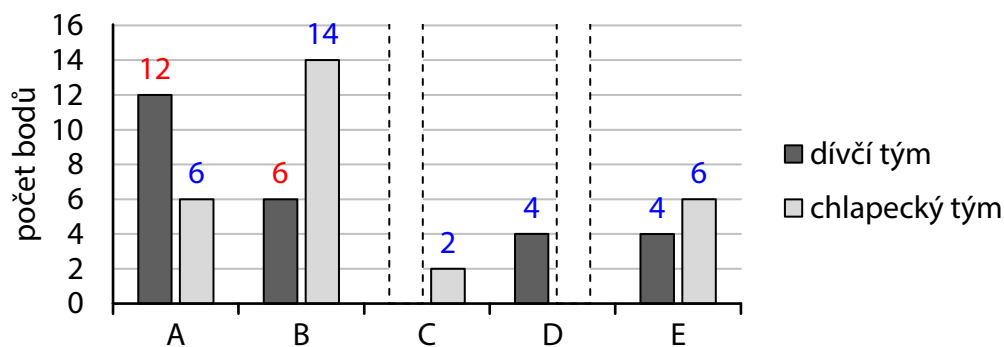
7.1 Výsledek dívčího týmu školy C byl stejný jako aritmetický průměr výsledků dívčích týmů škol A a B.

Vypočtete aritmetický průměr výsledků všech pěti dívčích týmů.

7.2 Aritmetický průměr výsledků všech pěti chlapeckých týmů je 8 bodů.

Určete, kolik bodů získal chlapecký tým školy D.

Řešení:



7.1 Výsledek dívčího týmu školy C (v bodech):

$$\frac{12 + 6}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

Aritmetický průměr výsledků všech 5 dívčích týmů (v bodech):

$$\frac{12 + 6 + 9 + 4 + 4}{5} = \frac{35}{5} = 7$$

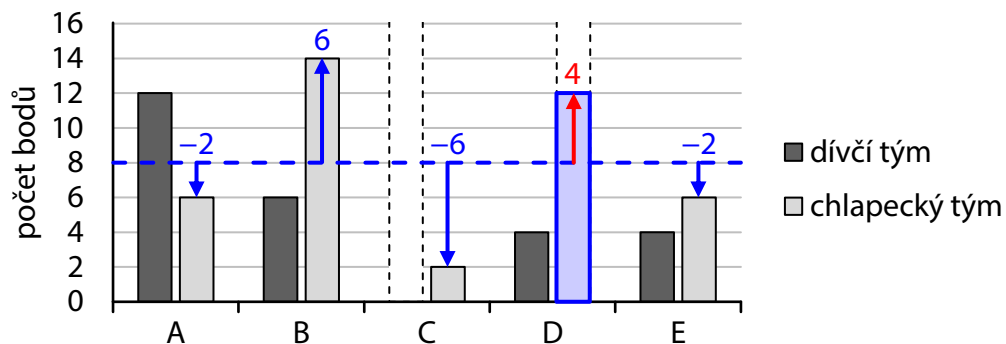
7.2 Výsledek chlapeckého týmu školy D (v bodech) označíme x . Platí:

$$\frac{6 + 14 + 2 + x + 6}{5} = 8$$
$$28 + x = 40$$
$$x = 12$$

Chlapecký tým školy D získal **12 bodů**.

Jiný způsob řešení úlohy 7.2:

U každého chlapeckého týmu určíme rozdíl jeho výsledku a průměrného výsledku všech chlapeckých týmů (8 bodů), tj. odchylku od průměru. Součet všech těchto odchylek musí být roven nule.



Součet odchylek výsledků chlapeckých týmů bez týmu školy D:

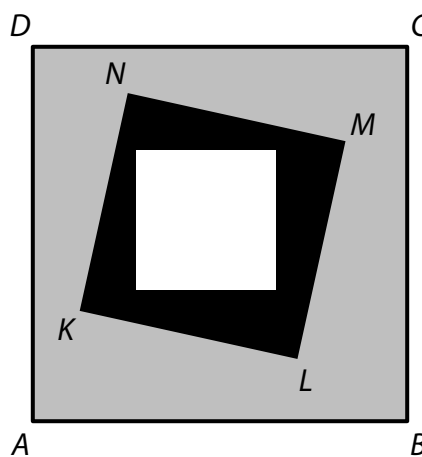
$$-2 + 6 + (-6) + (-2) = -4$$

Aby byl součet všech odchylek nulový, výsledek týmu školy D musí mít odchylku od průměru 4, tj. musí být o 4 body větší než průměrný výsledek.

Chlapecký tým školy D získal **12 bodů** ($8 + 4 = 12$).

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Bílý čtverec má obsah 9 cm^2 ,
černá plocha uvnitř čtverce $KLMN$ má obsah 16 cm^2
a šedá plocha uvnitř čtverce $ABCD$ má obsah 56 cm^2 .



(CZVV)

max. 3 body

8 Vypočtěte v cm

8.1 délku strany KL ,

Řešení:

Obsah čtverce $KLMN$: $S_{KLMN} = 9 \text{ cm}^2 + 16 \text{ cm}^2 = 25 \text{ cm}^2$

Pro délku k strany čtverce $KLMN$ platí:

$$k^2 = S_{KLMN}$$

$$k = \sqrt{S_{KLMN}} = \sqrt{25 \text{ cm}^2} = \mathbf{5 \text{ cm}}$$

8.2 obvod čtverce $ABCD$.

Řešení:

Obsah čtverce $ABCD$: $S_{ABCD} = 9 \text{ cm}^2 + 16 \text{ cm}^2 + 56 \text{ cm}^2 = 81 \text{ cm}^2$

Pro délku a strany čtverce $ABCD$ platí:

$$a^2 = S_{ABCD}$$

$$a = \sqrt{S_{ABCD}} = \sqrt{81 \text{ cm}^2} = 9 \text{ cm}$$

Obvod čtverce $ABCD$:

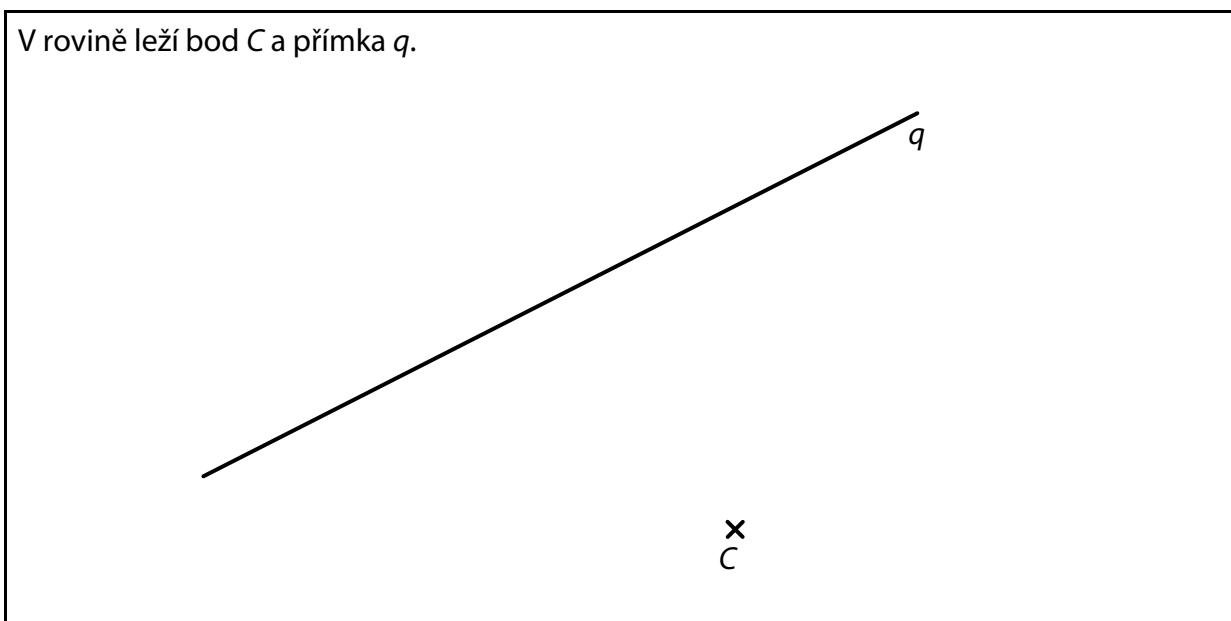
$$o = 4a$$

$$o = 4 \cdot 9 \text{ cm} = \mathbf{36 \text{ cm}}$$

Doporučení pro úlohy 9 a 10: Rýsujte přímo **do záznamového archu**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V rovině leží bod C a přímka q .



(CZVV)

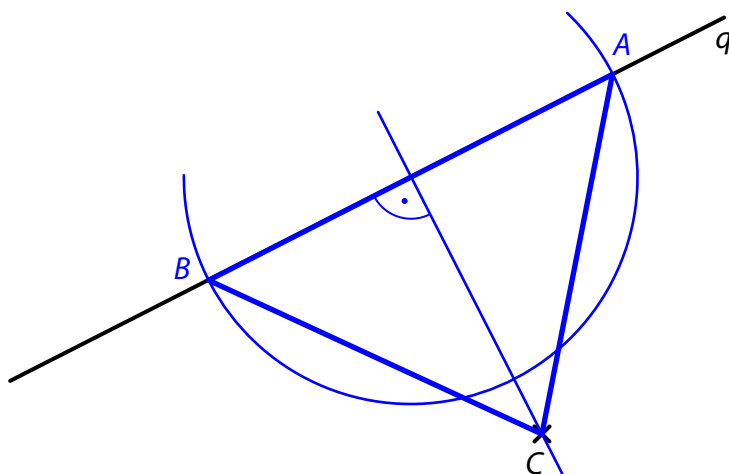
max. 2 body

- 9** Bod C je vrchol rovnoramenného trojúhelníku ABC se základnou AB .
Základna AB leží na přímce q a má délku 6 cm.

Sestrojte vrcholy A, B trojúhelníku ABC , **označte** je písmeny a trojúhelník **narýsujte**.

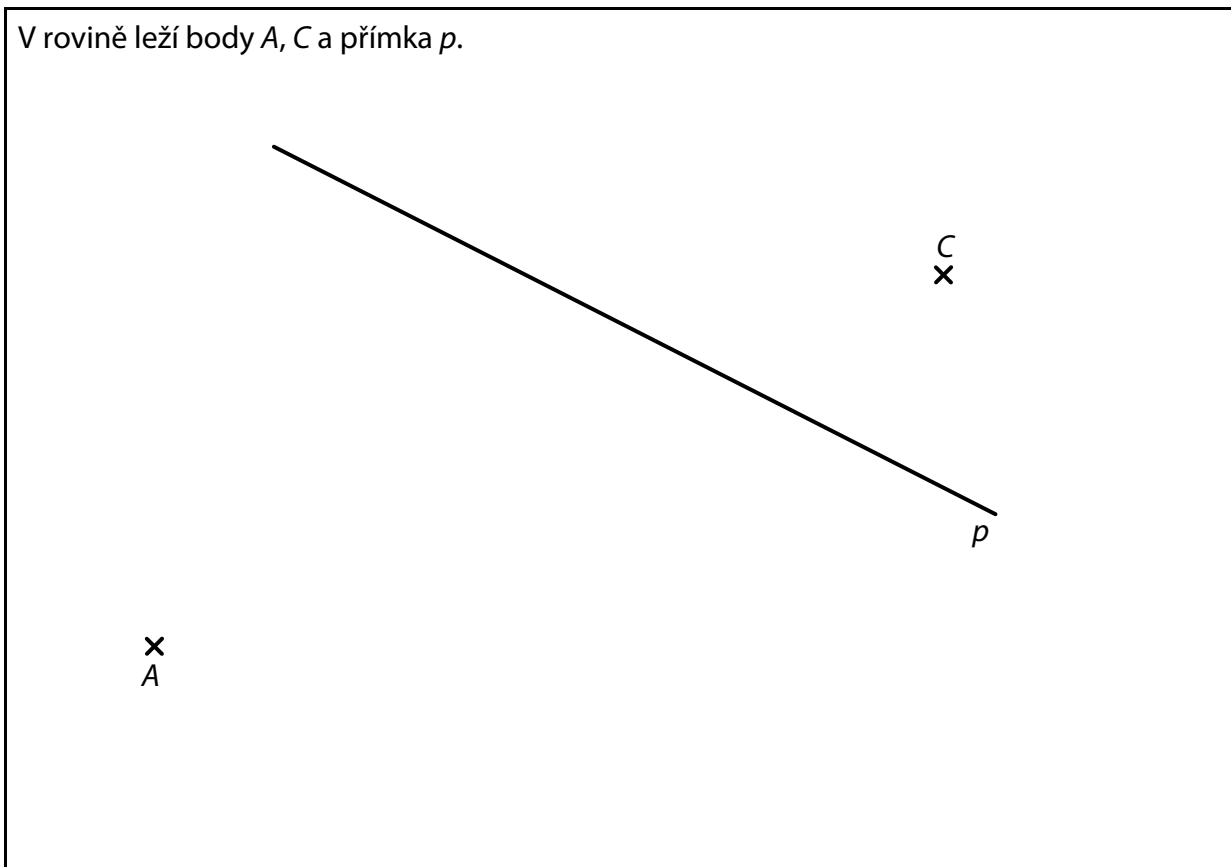
V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Řešení:



VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V rovině leží body A , C a přímka p .



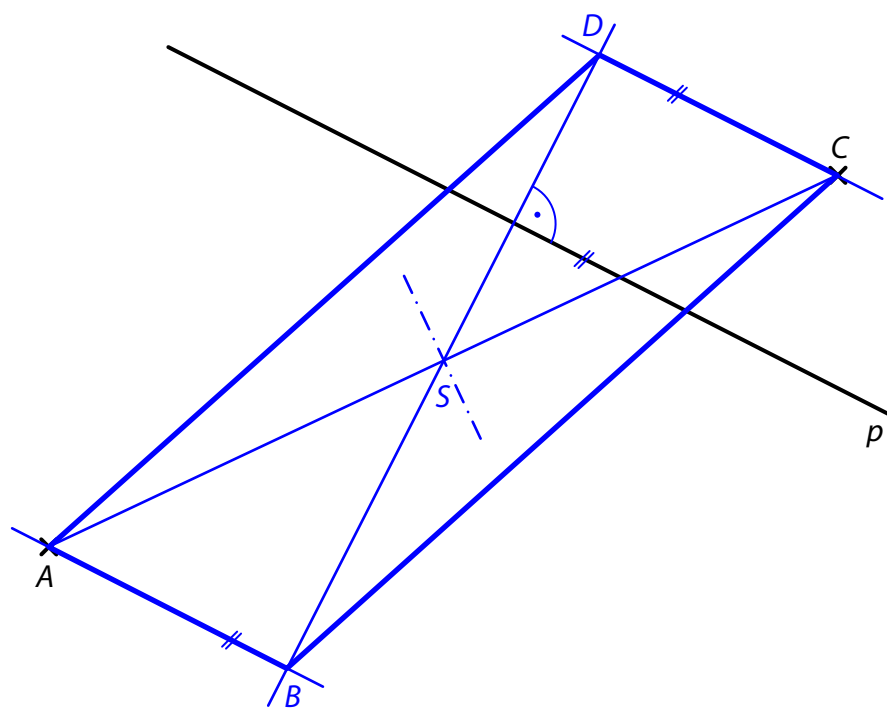
(CZVV)

max. 3 body

- 10** Body A , C jsou vrcholy rovnoběžníku $ABCD$, jehož dvě strany jsou rovnoběžné s přímkou p . Jedna z úhlopříček rovnoběžníku $ABCD$ je k přímce p kolmá.
- 10.1 **Sestrojte** střed S rovnoběžníku $ABCD$ a **označte** ho písmenem.
- 10.2 **Sestrojte** vrcholy B , D rovnoběžníku $ABCD$, **označte** je písmeny a rovnoběžník **narýsujte**.

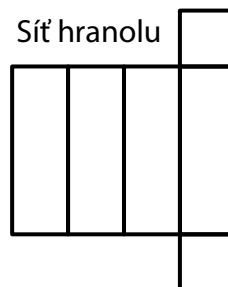
V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Řešení:



VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

Ze **tří stejných** dřevěných **krychlí** byl slepen čtyřboký hranol, jehož síť má obsah 126 cm^2 .



(CZVV)

max. 4 body

11 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (11.1–11.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

- 11.1 Povrch hranolu je 14krát větší než obsah stěny jedné krychle.
- 11.2 Síť **krychle** má obsah 42 cm^2 .
- 11.3 Nejkratší hrana hranolu měří 3 cm.

A	N
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Řešení:

Všechny tři krychle jsou v hranolu postaveny na sobě v jediném sloupci.

- 11.1 Síť hranolu lze rozdělit na **14 čtverců** shodných se stěnami krychle. Povrch hranolu je stejný jako obsah jeho sítě, tedy **14krát** větší než obsah stěny krychle.

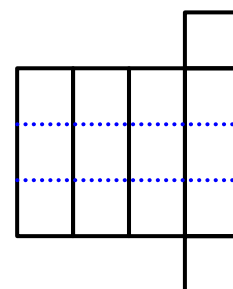
Tvrzení 11.1 je **pravdivé**.

- 11.2 Obsah jedné stěny krychle: $126 \text{ cm}^2 : 14 = 9 \text{ cm}^2$
 Síť krychle se skládá ze 6 čtverců shodných se stěnami krychle.
 Obsah sítě krychle: $6 \cdot 9 \text{ cm}^2 = 54 \text{ cm}^2$

Tvrzení 11.2 je **nepravdivé**.

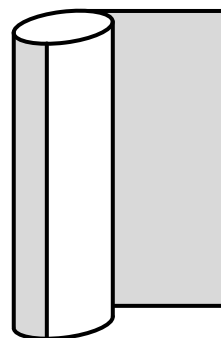
- 11.3 Nejkratší hrana hranolu je shodná s hranou krychle.
 Hrana krychle měří 3 cm ($\sqrt{9 \text{ cm}^2} = 3 \text{ cm}$).

Tvrzení 11.3 je **pravdivé**.



VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 12

Reklamní plochu pro vylepování plakátů tvoří plášť rotačního válce.
Podstava válce má poloměr 50 cm.
Plakát, který přesně pokryje celou reklamní plochu, má tvar čtverce.



(CZVV)

2 body

12 Jaká je výška válce?

Výsledek je zaokrouhlen na celé cm.

- A) 157 cm
- B) 236 cm
- C) 314 cm
- D) 390 cm
- E) větší než 390 cm

Řešení:

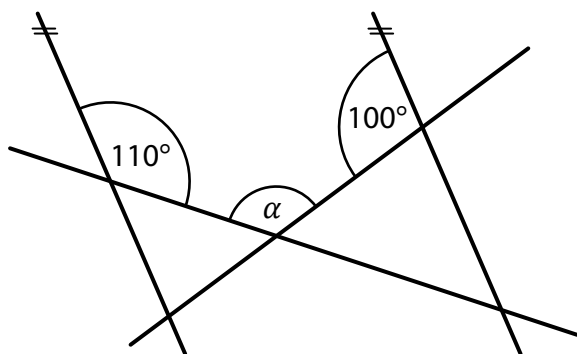
Délka strany čtvercového plakátu je stejná jako obvod podstavy válce i jako výška válce, tedy výška válce v je stejná jako obvod o jeho kruhové podstavy: $v = o$

$$o = 2\pi r, \quad r = 50 \text{ cm}$$

$$v = o \approx 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \text{ cm} = \mathbf{314 \text{ cm}}$$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

V rovině leží čtyři přímky, z nichž dvě jsou rovnoběžné.



(CZVV)

2 body

13 Jaká je velikost úhlu α ?

Velikosti úhlů neměřte, ale vypočtěte.

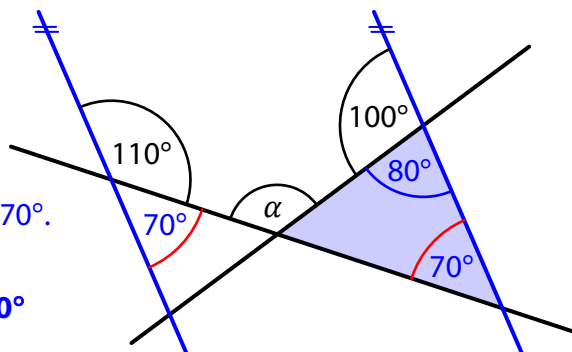
- A) menší než 120°
- B) 120°
- C) 130°
- D) 150°
- E) větší než 150°

Řešení:

Vedlejší úhly k úhlům o velikostech 110° a 100° mají velikosti 70° a 80° .

Modré přímky jsou rovnoběžné, proto oba červeně vyznačené střídavé úhly mají velikost 70° .

Úhel o velikosti α je vnějším úhlem modrého trojúhelníku, platí tedy: $\alpha = 70^\circ + 80^\circ = 150^\circ$

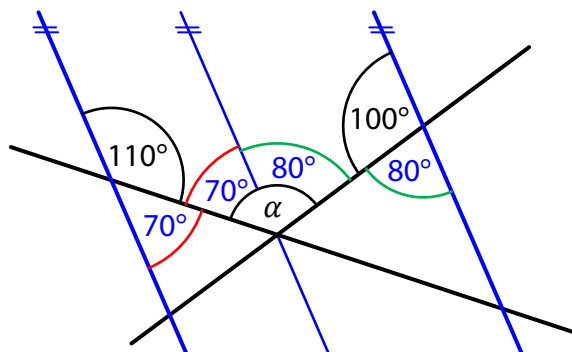


případně

Průsečíkem různoběžných přímek vedeme rovnoběžku s modrými přímkami, která rozdělí úhel o velikosti α na dva úhly.

Střídavé úhly vyznačené stejnou barvou (červeně, resp. zeleně) jsou shodné, platí tedy:

$$\alpha = 70^\circ + 80^\circ = 150^\circ$$



VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

V knihovně je k polic.
V každé polici je o 8 knih více, než je v knihovně polic.
(k může nabývat různých kladných celých hodnot.)

(CZVV)

2 body

14 Který výraz vyjadřuje celkový počet knih v knihovně?

- A) $k^2 + 8k$
- B) $k^2 + 16k + 64$
- C) $k^2 + 64$
- D) $2k + 8$
- E) $8k$

Řešení:

Počet polic v knihovně: k

Počet knih v jedné polici: $k + 8$

Celkový počet knih v knihovně: $k \cdot (k + 8) = k^2 + 8k$

15 Přiřadte ke každé úloze (15.1–15.3) odpovídající výsledek (A–F).

15.1 Včera stála sekačka 20 000 korun a dnes je její cena pouze 8 000 korun.

O kolik procent byla snížena cena sekačky?E**Řešení:**Sleva z ceny sekačky (v korunách): $20\,000 - 8\,000 = 12\,000$ Sleva v procentech: $\frac{12\,000}{20\,000} = \frac{60}{100}$, tj. **60 %**

15.2 První skupina poseče čtvrtinu louky a druhá skupina 60 % zbývajících části louky. Poslední část louky zůstane neposečena.

Kolik procent louky zůstane neposečeno?B**Řešení:**Část louky zbývajících po sečení první skupinou: $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ Část louky posečena druhou skupinou: $0,6 \cdot \frac{3}{4} = \frac{6}{10} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{20}$ Neposečená část louky: $\frac{3}{4} - \frac{9}{20} = \frac{15 - 9}{20} = \frac{6}{20} = \frac{30}{100}$, tj. **30 %****případně rychleji**Neposečená část louky: $(1 - 0,6) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) = 0,4 \cdot 0,75 = 0,3$, tj. **30 %**

15.3 Nedávno byly zdraženy hřebíky.

Částka, za kterou jsme dříve koupili 120 hřebíků, nyní vystačí jen na 80 hřebíků.

O kolik procent byly hřebíky zdraženy?D**Řešení:**Nyní koupíme za uvedenou částku pouze 80 hřebíků a za 120 hřebíků bychom zaplatili o polovinu více ($120 : 80 = 1,5$), tj. o polovinu větší částku, než za kterou bychom 120 hřebíků koupili dříve. Nynější cena 120 hřebíků je tedy o **50 %** vyšší než dřívější cena 120 hřebíků.Hřebíky byly zdraženy o **50 %**.

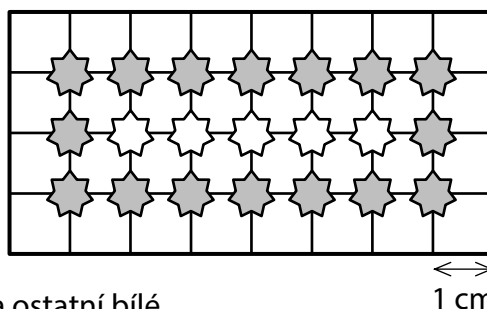
- A) méně než 30 %
- B) 30 %
- C) 40 %
- D) 50 %
- E) 60 %
- F) jiný počet procent

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 16

Ve čtvercové síti vytváříme různé obdélníky s vrcholy v mřížových bodech, obdobně jako na obrázku. (Na obrázku je jeden z možných obdélníků, a to s rozměry 8 cm a 4 cm.)

Uvnitř obdélníku zakreslíme v každém mřížovém bodě hvězdičku.

Hvězdičky nejbliže hranici obdélníku budou tmavé a ostatní bílé.



(CZVV)

max. 4 body

16

- 16.1 Určete počet **všech hvězdiček** v obdélníku s rozměry 81 cm a 20 cm.
- 16.2 Obdélník, jehož jeden rozměr je 50 cm, obsahuje celkem 9 800 hvězdiček. Určete v cm **druhý rozměr** tohoto obdélníku.
- 16.3 Vypočtete, **o kolik se liší** počty bílých a tmavých hvězdiček v obdélníku s rozměry 41 cm a 23 cm.

Řešení:

Počet hvězdiček v jedné řadě (sloupci) je o 1 menší než příslušný rozměr obdélníku v cm.

16.1 Počet všech hvězdiček v obdélníku: $(81 - 1) \cdot (20 - 1) = 80 \cdot 19 = \mathbf{1520}$

16.2 V jedné řadě je 49 hvězdiček ($50 - 1 = 49$).
Počet řad: $9\,800 : 49 = 200$

Druhý rozměr obdélníku je **201 cm** ($200 + 1 = 201$).

16.3 Počet všech hvězdiček v obdélníku: $(41 - 1) \cdot (23 - 1) = \mathbf{40} \cdot \mathbf{22} = 880$
Počet řad (sloupců), které obsahují bílé hvězdičky, je o 2 menší než počet všech řad (sloupců) s hvězdičkami.
Počet bílých hvězdiček v obdélníku: $(\mathbf{40} - 2) \cdot (\mathbf{22} - 2) = 38 \cdot 20 = 760$
Počet tmavých hvězdiček v obdélníku: $880 - 760 = 120$
Rozdíl mezi počty bílých a tmavých hvězdiček: $760 - 120 = \mathbf{640}$

ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.

Druhé mocniny čísel 11–20:

$11^2 = 121$	$16^2 = 256$
$12^2 = 144$	$17^2 = 289$
$13^2 = 169$	$18^2 = 324$
$14^2 = 196$	$19^2 = 361$
$15^2 = 225$	$20^2 = 400$

Rozklad na součin:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)(a + b)$$
$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)(a - b)$$
$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Přibližné hodnoty čísla π :

$$\pi \doteq 3,14$$
$$\pi \approx \frac{22}{7}$$

Obvod a obsah kruhu o poloměru r :

$$o = 2\pi r$$
$$S = \pi r^2$$