cermat

MATEMATIKA 7

M7PAD18C0T01

DIDAKTICKÝ TEST

Počet úloh: 16

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů

Povolené pomůcky: pouze psací a rýsovací potřeby

- Tento dokument obsahuje komentovaná řešení jednotlivých úloh didaktického testu.
- U každé úlohy je uveden jeden (příp. několik) z mnoha možných způsobů řešení.
- Do záznamového archu se zpravidla zapisují pouze výsledky úloh.
  U úloh **3**, **6** a **7** se vyžaduje také zápis postupu řešení.
- Na konci dokumentu je přiložen vzor vyplněného záznamového archu.

V úlohách **1**, **2**, **4**, **5** a **16** přepište do **záznamového archu** pouze **výsledky**.

1 bod

1 **Zapište zlomkem v základním tvaru** dvě pětiny z $\frac{30}{24}$.

Řešení:

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{30}{24} = \frac{1}{1} \cdot \frac{6}{12} = \mathbf{\frac{1}{2}}$$

---

max. 3 body

2 **Vypočtěte:**

2.1

$$5 \cdot 0{,}6 : 0{,}012 =$$

Řešení:

$5 \cdot 0{,}6 : 0{,}012 = 3 : 0{,}012 = 3\,000 : 12 = \mathbf{250}$

Jiný způsob řešení:

$$5 \cdot 0{,}6 : 0{,}012 = 5 \cdot \frac{6}{10} : \frac{12}{1\,000} = \frac{6}{2} : \frac{3}{250} = 3 \cdot \frac{250}{3} = \mathbf{250}$$

2.2

$$50 - [2{,}7 - (28{,}3 + 2{,}7) \cdot 0] - 28{,}3 =$$

Řešení:

$50 - [2{,}7 - (28{,}3 + 2{,}7) \cdot 0] - 28{,}3 = 50 - 2{,}7 - 28{,}3 = 50 - 31 = \mathbf{19}$

Jiný způsob řešení:

$50 - [2{,}7 - (28{,}3 + 2{,}7) \cdot 0] - 28{,}3 = 50 - 28{,}3 - (2{,}7 - 0) = 21{,}7 - 2{,}7 = \mathbf{19}$

Doporučení: Úlohu **3** řešte přímo **v záznamovém archu**.

max. 4 body

3 Vypočtěte a výsledek zapište zlomkem v základním tvaru.

3.1

$$\frac{4}{3}+3\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{5}\right)=$$

Řešení:

$$\frac{4}{3}+3\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{5}\right)=\frac{4}{3}+3\cdot\frac{5-9}{15}=\frac{4}{3}+\frac{-4}{5}=\frac{20-12}{15}=\mathbf{\frac{8}{15}}$$

Jiný způsob řešení:

$$\frac{4}{3}+3\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{5}\right)=\frac{4}{3}+1-\frac{9}{5}=\frac{20+15-27}{15}=\mathbf{\frac{8}{15}}$$

3.2

$$\frac{\frac{5}{6}\cdot\frac{4}{35}}{1+\frac{1}{3}-\frac{2}{7}}=$$

Řešení:

$$\frac{\frac{5}{6}\cdot\frac{4}{35}}{1+\frac{1}{3}-\frac{2}{7}}=\frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{7}}{\frac{21+7-6}{21}}=\frac{\frac{2}{21}}{\frac{22}{21}}=\frac{2}{21}\cdot\frac{21}{22}=\mathbf{\frac{1}{11}}$$

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení**.

---

max. 2 body

4 Doplňte do rámečku takové číslo, aby platila rovnost:

4.1

$$2\ \text{m}^2-50\ \text{cm}^2=\boxed{}\ \text{dm}^2$$

Řešení:

Počítáme v dm^2:

$$200\ \text{dm}^2-0{,}5\ \text{dm}^2=\boxed{?}\ \text{dm}^2$$

$$200\ \text{dm}^2-0{,}5\ \text{dm}^2=\boxed{199{,}5}\ \text{dm}^2$$

$$2\ \text{m}^2-50\ \text{cm}^2=\boxed{\mathbf{199{,}5}}\ \text{dm}^2$$

Jiný způsob řešení:

Počítáme nejprve v cm^2:

$20\,000\ cm^2 - 50\ cm^2 = \boxed{?}\ cm^2$

$20\,000\ cm^2 - 50\ cm^2 = \boxed{19\,950}\ cm^2$

Výsledek má být uveden v dm^2:

$2\ m^2 - 50\ cm^2 = \boxed{\mathbf{199{,}5}}\ dm^2$

4.2

$(5 - \boxed{})$ minuty $-$ 15 sekund $=$ 75 sekund

Řešení:

$\underbrace{(5 - \boxed{?})\text{ minuty}}_{90\text{ sekund} = 1{,}5\text{ minuty}} - 15\text{ sekund} = 75\text{ sekund}$

$(5 - \boxed{3{,}5})$ minuty $-$ 15 sekund $=$ 75 sekund

$(5 - \boxed{\mathbf{3{,}5}})$ minuty $-$ 15 sekund $=$ 75 sekund

Jiný způsob řešení:

Počítáme v sekundách:

$\underbrace{(300 - \boxed{?})\text{ sekund}}_{90\text{ sekund}} - 15\text{ sekund} = 75\text{ sekund}$

$(300 - \boxed{210})$ sekund $-$ 15 sekund $=$ 75 sekund

Výsledek má být uveden v minutách:

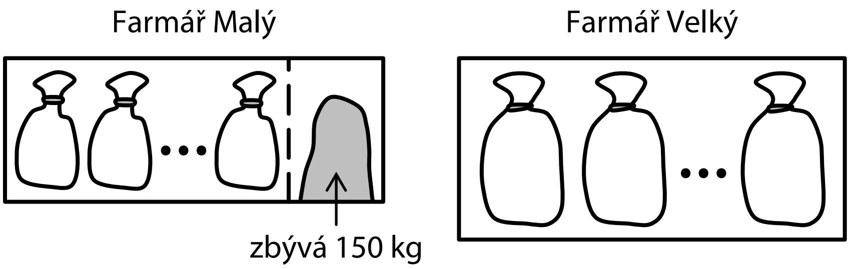
$(5 - \boxed{\mathbf{3{,}5}})$ minuty $-$ 15 sekund $=$ 75 sekund

V záznamovém archu uveďte **čísla doplněná do rámečků**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 5

Farmář Malý svou úrodu pšenice plní do malých pytlů. Do každého pytle se vejde 30 kg pšenice. Již tři čtvrtiny své úrody má v pytlích a na hromadě mu zbývá posledních 150 kg pšenice.

Farmář Velký má o polovinu větší úrodu pšenice než farmář Malý. Celou svou úrodu pšenice již uskladnil ve velkých pytlích. Do každého pytle nasypal 50 kg pšenice.



(*CZVV*)

max. 4 body

5 Vypočtěte,

5.1 kolik malých pytlů pšenice již farmář Malý naplnil;

Řešení:

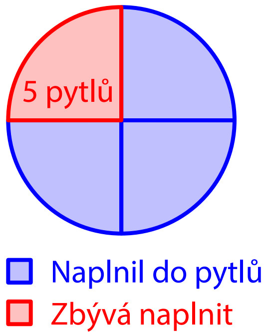
Farmář Malý

30 kg ... 1 pytel
150 kg ... 5 pytlů (150 : 30 = 5)

Zbývá naplnit ... $\frac{1}{4}$ úrody $\left(1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}\right)$ ... 5 pytlů

Již naplnil ... $\frac{3}{4}$ úrody ... **15 pytlů** (3 · 5 = **15**)

Farmář Malý již naplnil **15 malých pytlů** pšenice.



Jiný způsob řešení:

Farmář Malý

Zbývá naplnit ... 150 kg ... $\frac{1}{4}$ úrody $\left(1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}\right)$

Celá úroda ... 600 kg (4 · 150 = 600)
Již naplnil ... 450 kg (600 − 150 = 450, případně 3 · 150 = 450)

30 kg ... 1 pytel
450 kg ... **15 pytlů** (450 : 30 = **15**)

Farmář Malý již naplnil **15 malých pytlů** pšenice.

5.2 v kolika velkých pytlích uskladnil celou svou úrodu pšenice farmář Velký.

Řešení:

Farmář Velký má o polovinu větší úrodu pšenice než farmář Malý.

Farmář Malý: 600 kg ($4 \cdot 150 = 600$, viz řešení úlohy 5.1)

Farmář Velký: $600 \text{ kg} \cdot 1{,}5 = 900 \text{ kg}$

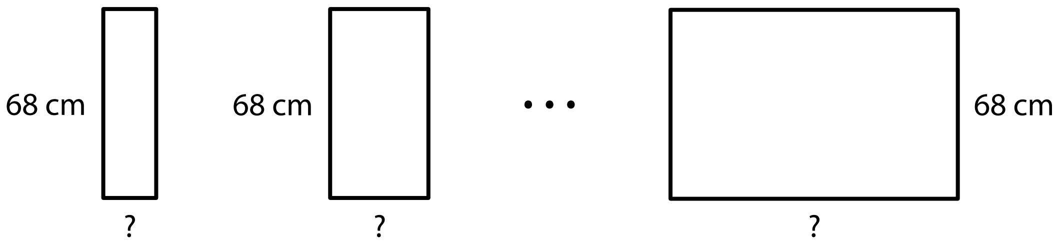
50 kg ... 1 pytel

900 kg ... **18 pytlů** ($900 : 50 = \mathbf{18}$)

Farmář Velký uskladnil celou svou úrodu pšenice **v 18 velkých pytlích**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

Papírový obdélník je možné beze zbytku rozstříhat na čtverce se stranou délky 17 cm. Jedna strana tohoto obdélníku měří 68 cm, druhá strana měří méně než 100 cm.



(*CZVV*)

max. 4 body

6

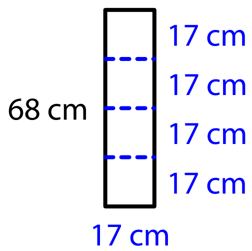
6.1 Určete v cm obvod **nejmenšího** z možných obdélníků.

Řešení:

Nejmenší z možných obdélníků má strany délek 68 cm a 17 cm.

Jeho obvod: $2 \cdot (68 + 17) \text{ cm} = 2 \cdot 85 \text{ cm} = \mathbf{170 \text{ cm}}$

Obvod nejmenšího z možných obdélníků je **170 cm**.



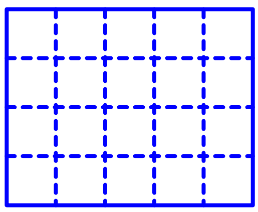
6.2 Určete, na kolik čtverců s délkou strany 17 cm je možné rozstříhat **největší** z možných obdélníků.

Řešení:

Jedna strana obdélníku měří 68 cm, druhá strana měří méně než 100 cm.
Délky obou stran obdélníku jsou násobky 17 cm. Hledáme proto největší násobek 17 cm menší než 100 cm.
Násobky 17 cm jsou např. 68 cm, 85 cm, 102 cm, …
Největší z možných obdélníků má druhou stranu délky 85 cm.

Počet čtverců podél strany délky 68 cm: $68 : 17 = 4$
Počet čtverců podél strany délky 85 cm: $85 : 17 = 5$

Počet všech čtverců v obdélníku: $4 \cdot 5 = \mathbf{20}$



Největší z možných obdélníků je možné rozstříhat na **20 čtverců** s délkou strany 17 cm.

Jiný způsob řešení:

Stranu délky 68 cm lze rozdělit na 4 části po 17 cm: $68 : 17 = 4$

Vypočteme, na kolik částí po 17 cm lze rozdělit nejdelší možnou stranu (kratší než 100 cm):
$100 : 17 = 5$, zbytek 15
Nejdelší přípustnou stranu lze rozdělit na 5 částí po 17 cm (do 100 cm zbývá 15 cm).

Největší z možných obdélníků je možné rozstříhat na **20 čtverců** ($5 \cdot 4 = 20$).

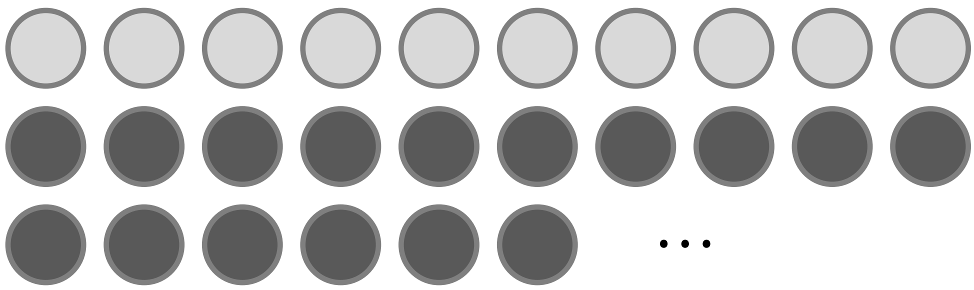
případně

Délky stran obdélníku: 68 cm a 85 cm ($5 \cdot 17 = 85$, případně $100 - 15 = 85$)
Obsah obdélníku: $68\ \text{cm} \cdot 85\ \text{cm} = 5\,780\ \text{cm}^2$
Obsah jednoho čtverce: $17\ \text{cm} \cdot 17\ \text{cm} = 289\ \text{cm}^2$
Počet čtverců v obdélníku: $5\,780 : 289 = \mathbf{20}$

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy **postup řešení**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Na stole bylo 10 světlých kuliček a o něco více tmavých kuliček.



Eva a Ivo si rozdělili **všech 10 světlých** kuliček tak, že Eva si vzala o 4 kuličky více než Ivo.

Eva si pak vzala ještě několik tmavých kuliček a Ivo si jich vzal dvakrát více než Eva. Dohromady obě děti odebraly **jen tolik tmavých** kuliček, aby měly celkový počet kuliček stejný.

(*CZVV*)

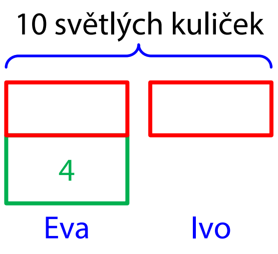
max. 4 body

7 Vypočtěte,

7.1 kolik světlých kuliček si vzala Eva;

Řešení:

Eva a Ivo si rozdělili všech 10 světlých kuliček tak, že Eva si vzala o 4 kuličky více než Ivo.



Světlé kuličky

Ivo:
$10 - 4 = 6$
$6 : 2 = 3$

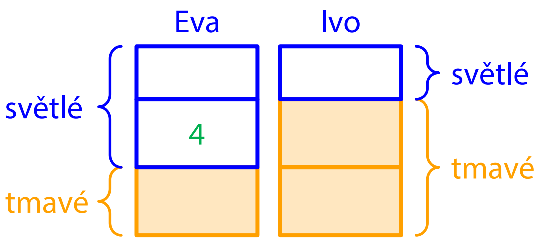
Eva: $3 + 4 = \mathbf{7}$

Eva si vzala **7 světlých kuliček**.

7.2 kolik tmavých kuliček si vzal Ivo;

7.3 kolik kuliček si celkem vzala Eva.

Řešení:



Eva si vzala o 4 světlé kuličky více než Ivo.
Aby měly obě děti celkový počet kuliček stejný, musel si Ivo vzít o 4 tmavé kuličky více než Eva.

Aby měl Ivo dvakrát více tmavých kuliček než Eva, vzal si 8 tmavých kuliček ($4 + 4 = 8$).
Eva si vzala 4 tmavé kuličky.

7.2 Ivo si vzal **8 tmavých kuliček** ($2 \cdot 4 = \mathbf{8}$).

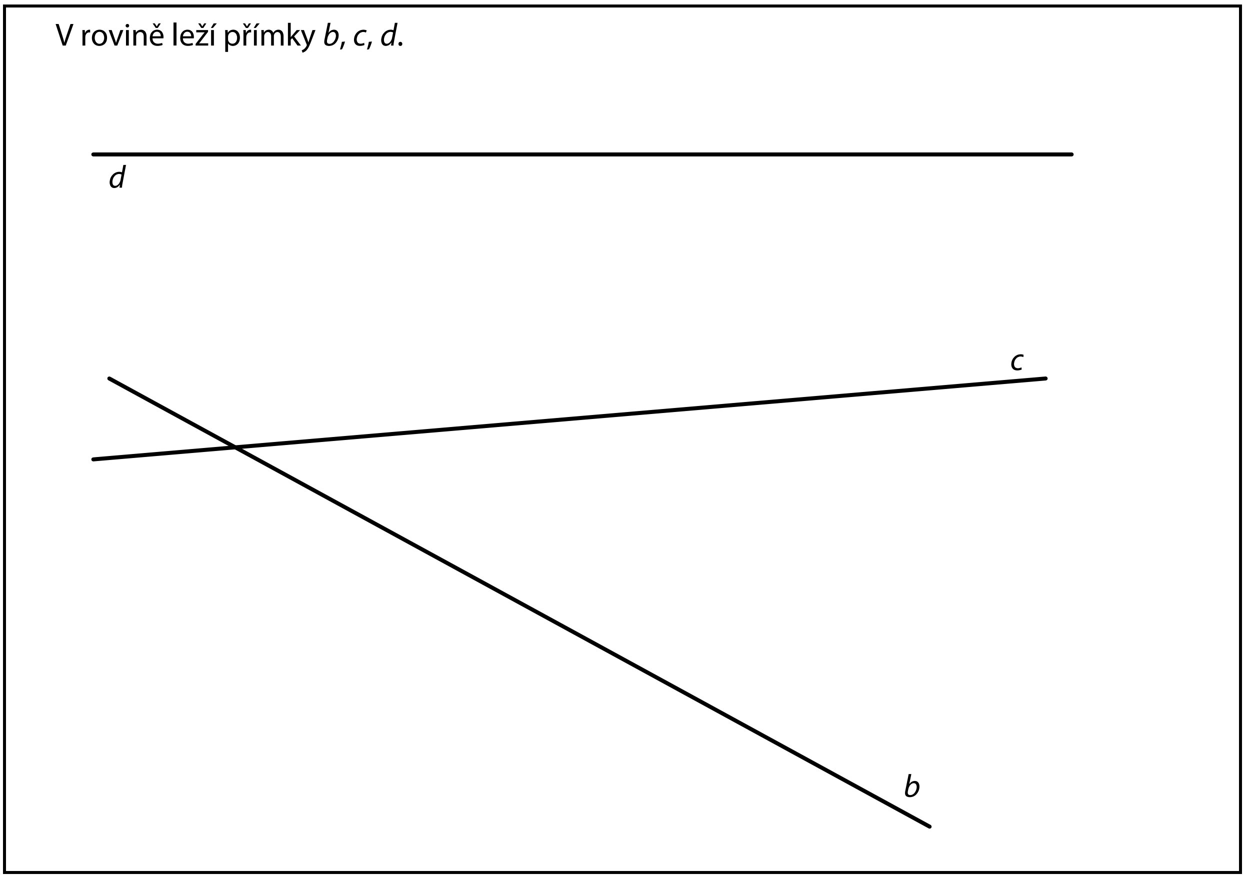
7.3 Eva si vzala celkem **11 kuliček** ($7 + 4 = \mathbf{11}$).

V záznamovém archu uveďte ve všech částech úlohy **postup řešení**.

Doporučení pro úlohy **8** a **9**: Rýsujte přímo **do záznamového archu**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V rovině leží přímky *b*, *c*, *d*.



(*CZVV*)

max. 3 body

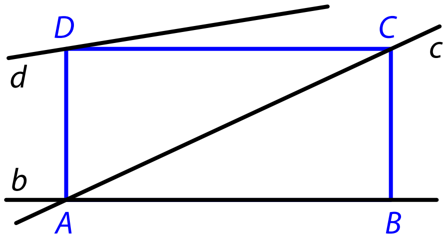
8 V průsečíku přímek *b*, *c* je vrchol *A* obdélníku *ABCD*. Vrchol *B* téhož obdélníku leží na přímce *b*, vrchol *C* na přímce *c* a vrchol *D* na přímce *d*.

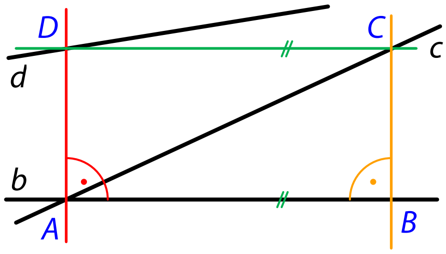
Sestrojte chybějící vrcholy obdélníku *ABCD*, **označte** je písmeny a obdélník **narýsujte**.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Řešení:

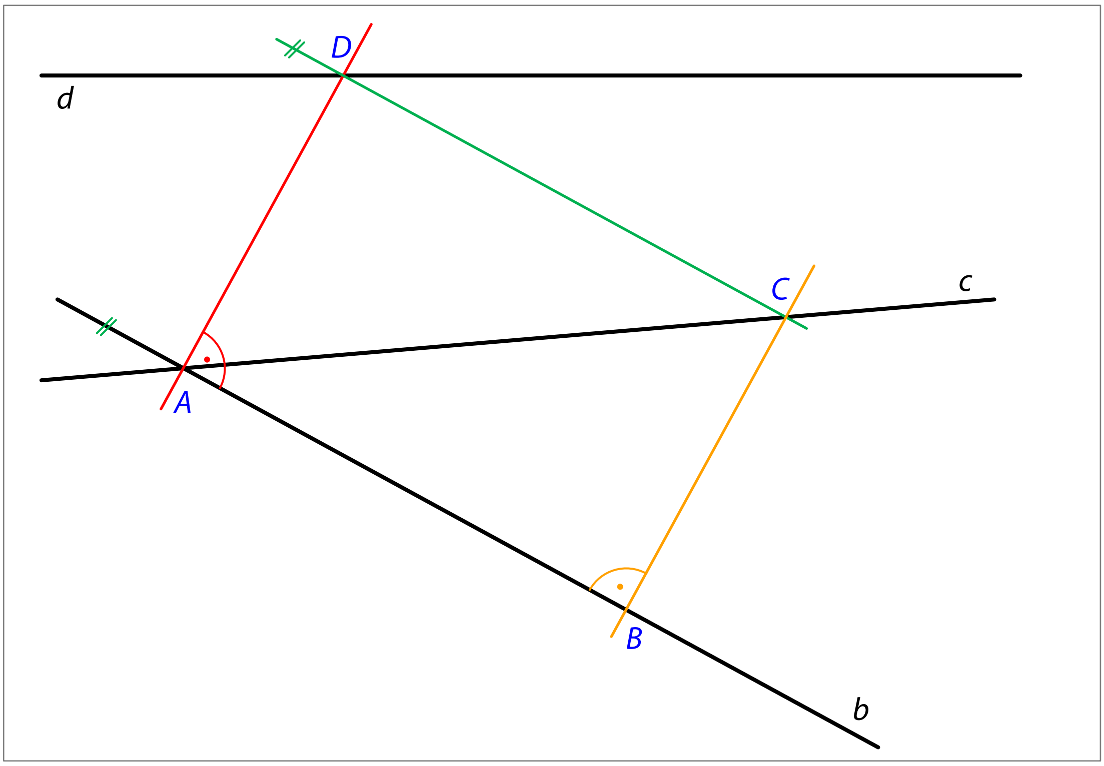
Provedeme náčrtek obdélníku *ABCD* a černě v něm vyznačíme, co je uvedeno v zadání. Je to přímka *b* obsahující stranu *AB*, přímka *c* procházející vrcholy *A*, *C* a přímka *d* procházející vrcholem *D*. Vrchol *A* je průsečík přímek *b*, *c*.



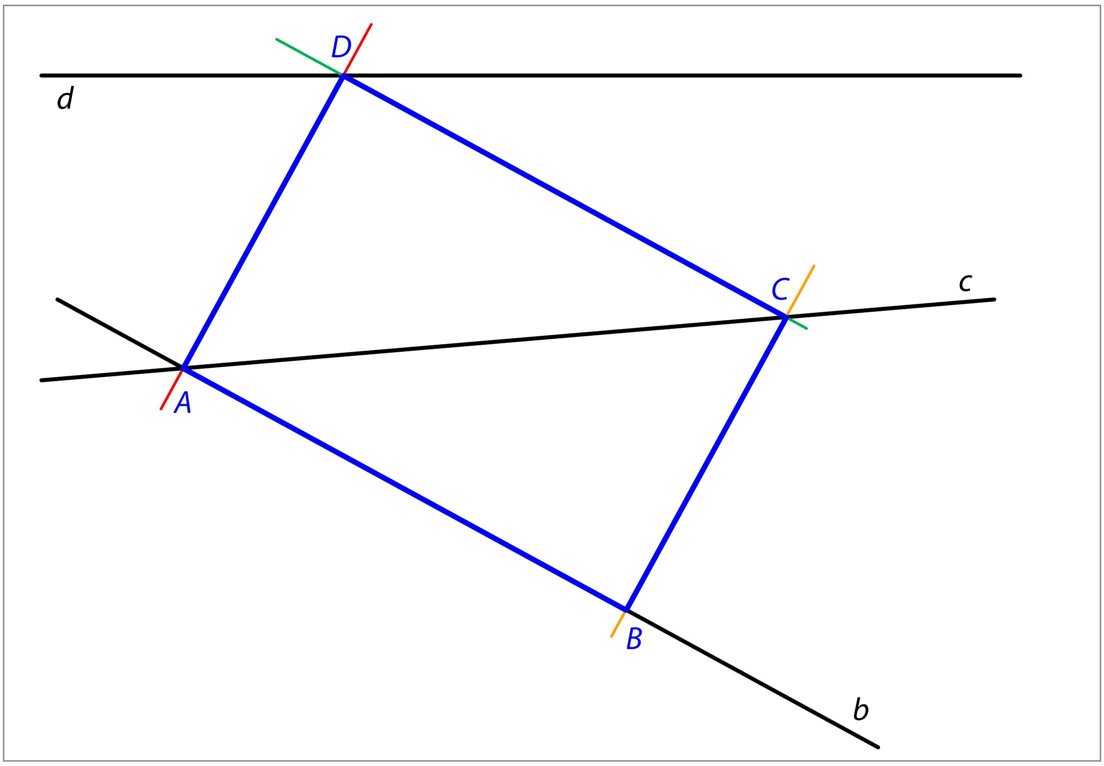


Vrchol *B* bude ležet na přímce *b*. Vrchol *D* bude ležet na přímce *d* i na přímce vedené bodem *A* kolmo k přímce *b*. Vrchol *C* bude ležet na přímce *c* i na přímce rovnoběžné s přímkou *b* a procházející bodem *D*. Vrchol *B* bude potom ležet na přímce vedené bodem *C* kolmo k přímce *b*.

Rýsujeme podle následujících kroků:



1. Průsečík přímek *b*, *c* je vrchol *A* obdélníku *ABCD*.
2. Bodem *A* vedeme kolmici k přímce *b*.
3. Průsečík červené přímky s přímkou *d* je vrchol *D* obdélníku *ABCD*.
4. Bodem *D* vedeme rovnoběžku s přímkou *b*.
5. Průsečík zelené přímky s přímkou *c* je vrchol *C* obdélníku *ABCD*.
6. Bodem *C* vedeme kolmici k přímce *b*.
7. Průsečík oranžové přímky s přímkou *b* je vrchol *B* obdélníku *ABCD*.

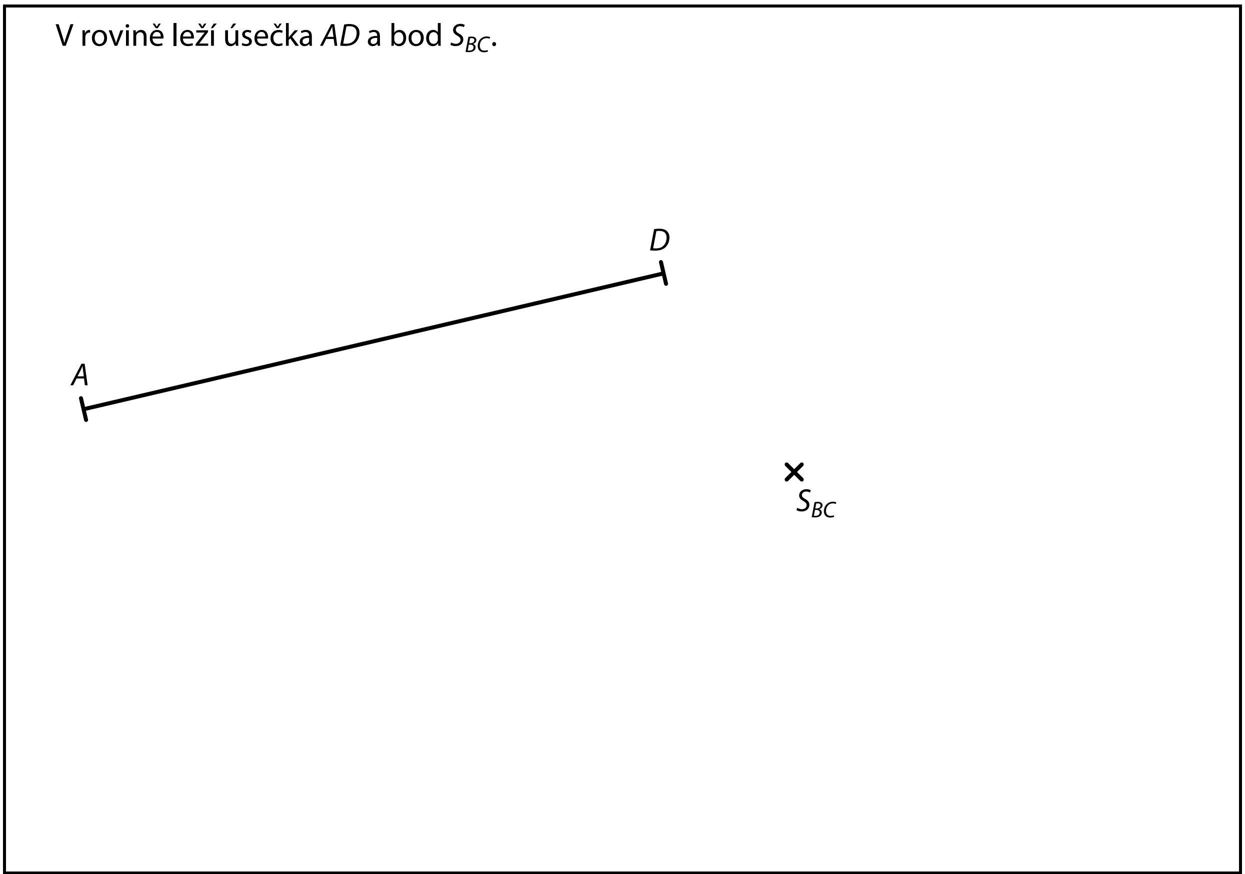


8. Zvýrazníme obdélník *ABCD*. (Sestrojené vrcholy musí být označeny písmeny.)

Závěr: Úloha má 1 řešení.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V rovině leží úsečka *AD* a bod S_{BC}.



(CZVV)

max. 3 body

9 Body *A*, *D* jsou vrcholy rovnoběžníku *ABCD*, bod S_{BC} je střed strany *BC* tohoto rovnoběžníku.

9.1 **Sestrojte** přímku *p*, na níž leží chybějící vrcholy *B*, *C* rovnoběžníku *ABCD*.

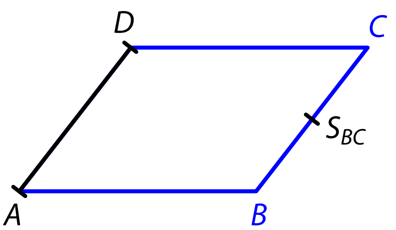
9.2 **Sestrojte** střed *S* rovnoběžníku.

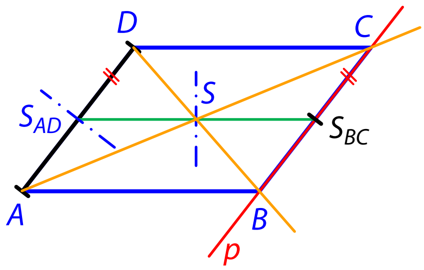
9.3 **Sestrojte** chybějící vrcholy rovnoběžníku *ABCD* a rovnoběžník **narýsujte**.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Řešení:

Provedeme náčrtek rovnoběžníku *ABCD* a černě v něm vyznačíme, co je uvedeno v zadání.





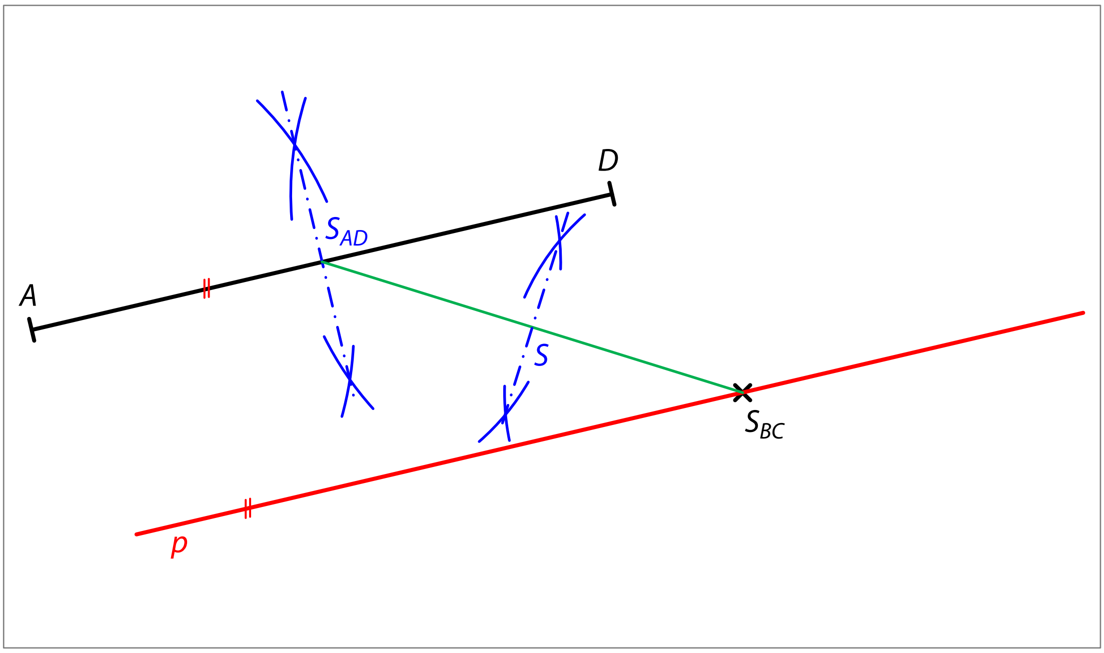
Z rovnoběžníku *ABCD* je dána pouze strana *AD* a bod S_{BC}. Pomocí nich sestrojíme střed *S* rovnoběžníku *ABCD* a chybějící vrcholy.

9.1 Vrcholy *B*, *C* budou ležet na přímce *p* rovnoběžné s přímkou *AD* vedené bodem S_{BC}.

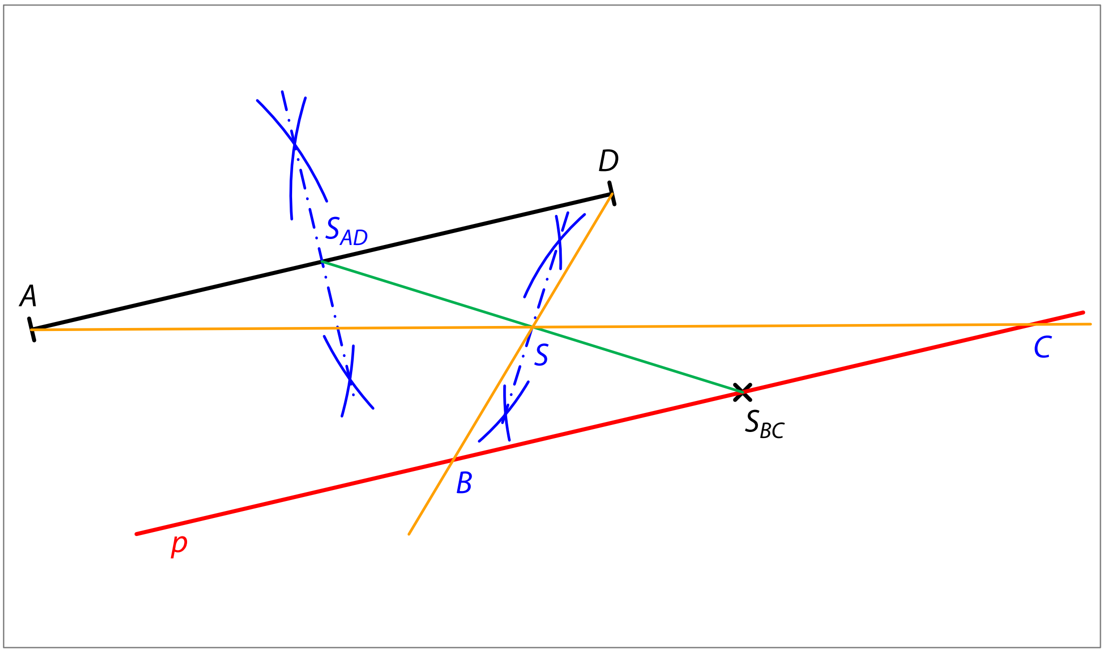
9.2 Střed *S* rovnoběžníku je střed úsečky s krajními body ve středech dvou protějších stran rovnoběžníku. Tedy *S* je střed úsečky $S_{AD}S_{BC}$, kde S_{AD} je střed strany *AD*.

9.3 Bod *S* je středem souměrnosti rovnoběžníku. Ve středové souměrnosti se středem *S* je vrchol *B* je obrazem bodu *D* a vrchol *C* obrazem bodu *A*.

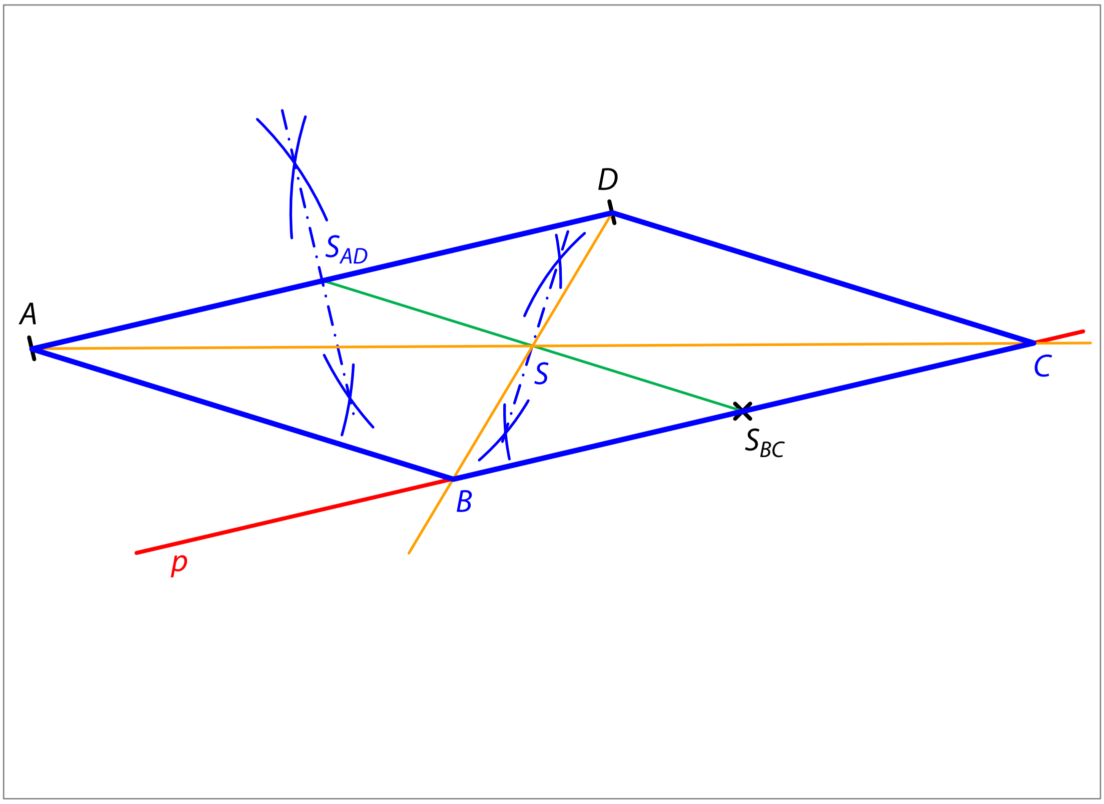
Začneme rýsovat podle následujících kroků:



1. Bodem S_{BC} vedeme přímku p rovnoběžnou s přímkou AD.
   (Úloha 9.1 je vyřešena. Sestrojená přímka p musí být označena písmenem.)
2. Sestrojíme střed S_{AD} úsečky AD. (Sestrojíme úsečku $S_{AD}S_{BC}$.)
3. Sestrojíme střed S úsečky $S_{AD}S_{BC}$.
   (Úloha 9.2 je vyřešena. Sestrojený bod S musí být označen písmenem.)



4. Sestrojíme polopřímky AS a DS.
5. Průsečík přímky p s polopřímkou AS je vrchol C rovnoběžníku $ABCD$.
6. Průsečík přímky p s polopřímkou DS je vrchol B rovnoběžníku $ABCD$.



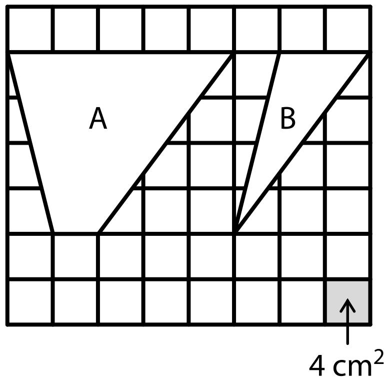
7. Sestrojíme rovnoběžník *ABCD* a zvýrazníme ho. (Sestrojené vrcholy musí být označeny písmeny.)

Závěr: Úloha má 1 řešení.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

Čtvercová síť je tvořena čtverečky s obsahem 4 cm^2.

Ve čtvercové síti jsou zakresleny bílé obrazce A, B s vrcholy v mřížových bodech.



(CZVV)

max. 4 body

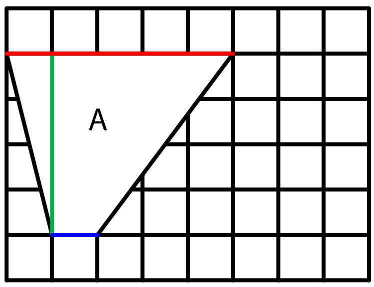
10 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (10.1–10.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

		A	N
10.1	Obsah obrazce A je 40 cm^2.	☐	☒
10.2	Obsah obrazce B je třikrát menší než obsah obrazce A.	☒	☐
10.3	<u>Obvod</u> obrazce B je o 8 cm menší než obvod obrazce A.	☒	☐

Řešení:

Obsah jednoho čtverečku čtvercové sítě je 4 cm^2, jeho strana má tedy délku 2 cm.

10.1 Obrazec A je lichoběžník, jehož základny mají délky 2 cm a 10 cm (5 · 2 cm = 10 cm) a výška má velikost 8 cm (4 · 2 cm = 8 cm).

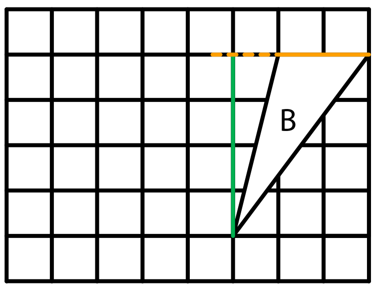


Obsah obrazce A:

$$\frac{2\text{ cm} + 10\text{ cm}}{2} \cdot 8\text{ cm} = 48\text{ cm}^2$$

Tvrzení 10.1 je **nepravdivé**.

10.2 Obrazec B je tupoúhlý trojúhelník, jehož jedna strana má délku 4 cm (2 · 2 cm = 4 cm) a výška na tuto stranu má velikost 8 cm.

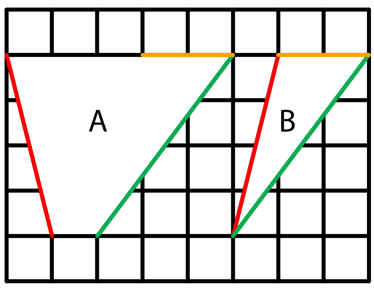


Obsah obrazce B:

$$\frac{4\text{ cm} \cdot 8\text{ cm}}{2} = 16\text{ cm}^2$$

Obsah obrazce B je 3krát menší než obsah obrazce A (48 : 16 = 3). Tvrzení 10.2 je **pravdivé**.

10.3 Na hranici obrazců A i B vyznačíme stejně dlouhé úsečky stejnými barvami.



Na hranici obrazce A zbyly dvě neobarvené úsečky délek 2 cm a 6 cm.
Obvod obrazce A je tedy o 8 cm (2 + 6 = 8) větší než obvod obrazce B.
Tvrzení 10.3 je **pravdivé**.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 11

V 7 h začalo pršet. Dešťová voda stékala ze střechy do jímky s dutinou tvaru kvádru. Kvádr má podstavu o rozměrech 50 cm × 40 cm a výšku 70 cm.

Před deštěm sahala voda v jímce do výšky 10 cm.

Při dešti se za každou minutu objem vody v jímce zvětšil o 5 litrů.

(CZVV)

2 body

11 Kdy začala jímka přetékat?

A) v 7 h 20 min

B) v 7 h 24 min

C) v 7 h 28 min

D) v 7 h 30 min

E) v jiném okamžiku

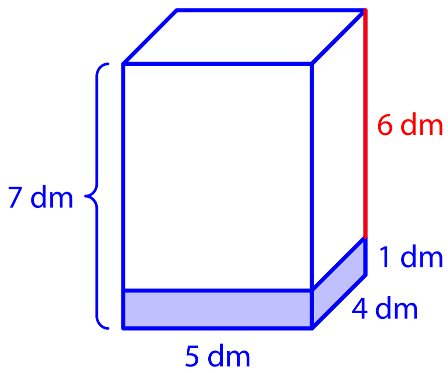
Řešení:

Řešíme v dm:

Objem vody, která zvedne hladinu vody v jímce po okraj, tedy o 6 dm (7 − 1 = 6):
$V = 5\text{ dm} \cdot 4\text{ dm} \cdot 6\text{ dm} = 120\text{ dm}^3 = 120$ litrů

5 litrů ... za 1 minutu
120 litrů ... za 24 minut (120 : 5 = 24)

7 h + 24 min = **7 h 24 min**



Jiný způsob řešení:

Řešíme v cm:

Objem celé jímky: $50\text{ cm} \cdot 40\text{ cm} \cdot 70\text{ cm} = 140\,000\text{ cm}^3$
Objem vody v jímce (před deštěm): $50\text{ cm} \cdot 40\text{ cm} \cdot 10\text{ cm} = 20\,000\text{ cm}^3$

Za každou minutu se objem vody v jímce zvětšil o 5 litrů, tj. o $5\,000\text{ cm}^3$.

Počet minut, za které by se naplnila celá prázdná jímka: 140 000 : 5 000 = 28
Počet minut, za které by se prázdná jímka naplnila do výšky 10 cm: 20 000 : 5 000 = 4

7 h + 28 min − 4 minuty = **7 h 24 min**

Další způsob řešení:

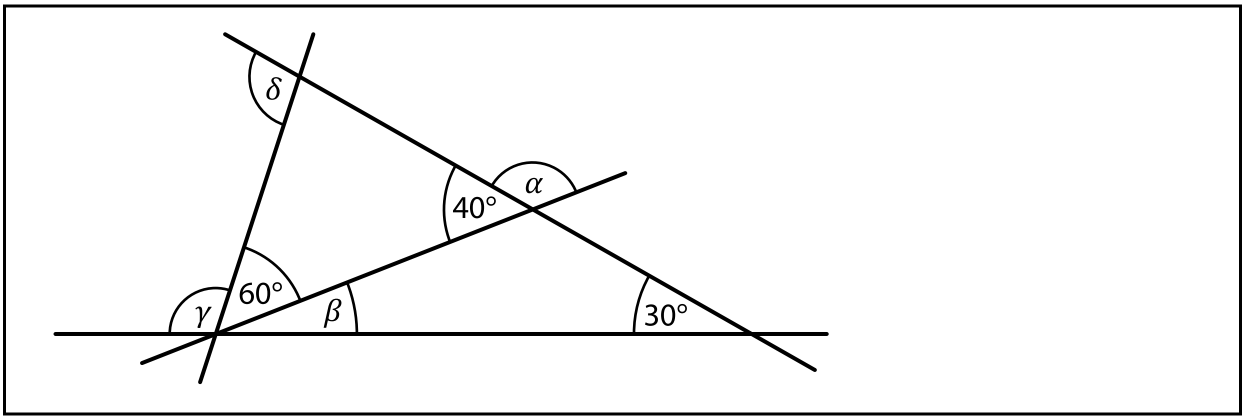
Vypočteme, o kolik dm se při dešti zvedne hladina vody v jímce za 1 minutu. Za tuto dobu v jímce přibude 5 litrů = 5 dm^3.

Obsah podstavy jímky: $5\text{ dm} \cdot 4\text{ dm} = 20\text{ dm}^2$

Objem vody v jímce se vypočte jako součin obsahu podstavy a výšky, proto se výška vypočte jako podíl objemu vody a obsahu podstavy.
Výška, o kterou se zvedne hladina při dešti za 1 minutu: $5\text{ dm}^3 : 20\text{ dm}^2 = 0{,}25\text{ dm}$

Než jímka přeteče, hladina se zvedne o 6 dm, což nastane po 24 minutách (6 : 0,25 = 24), tedy **v 7 h 24 min.**

VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 12



(CZVV)

2 body

12 **Jaký je součet velikostí $\alpha + \beta + \gamma + \delta$?**
Velikosti úhlů neměřte.

A) menší než 340°

B) 340°

C) 350°

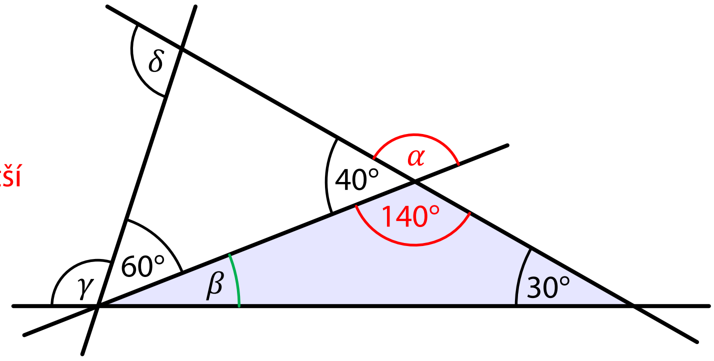
D) 360°

E) větší než 360°

Řešení:

Úhel o velikosti α je vedlejší k úhlu o velikosti 40°:
$\alpha = 180° - 40° = 140°$

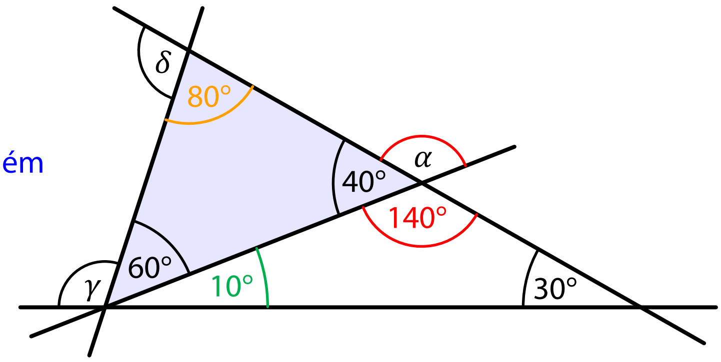
V tupoúhlém trojúhelníku má největší vnitřní úhel velikost 140°, protože s úhlem α tvoří dvojici vrcholových úhlů. V trojúhelníku platí:
$\beta = 180° - (30° + 140°) = 10°$.



Úhel o velikosti γ je vedlejší k úhlu o velikosti $(60° + 10°)$:
$\gamma = 180° - 70° = 110°$

Velikost třetího vnitřního úhlu v malém ostroúhlém trojúhelníku:
$180° - (60° + 40°) = 80°$

Úhel o velikosti δ je k tomuto úhlu vedlejší: $\delta = 180° - 80° = 100°$

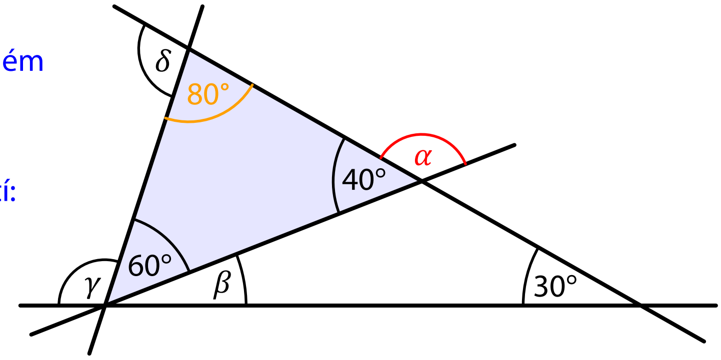


Součet velikostí: $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 140° + 10° + 110° + 100° = \mathbf{360}°$

Rychlejší způsob řešení:

Velikost třetího vnitřního úhlu v malém ostroúhlém trojúhelníku:
$180° - (60° + 40°) = 80°$

Dále pracujeme s přímými úhly. Platí:
$\alpha = 180° - 40° = 140°$
$\beta + \gamma = 180° - 60° = 120°$
$\delta = 180° - 80° = 100°$

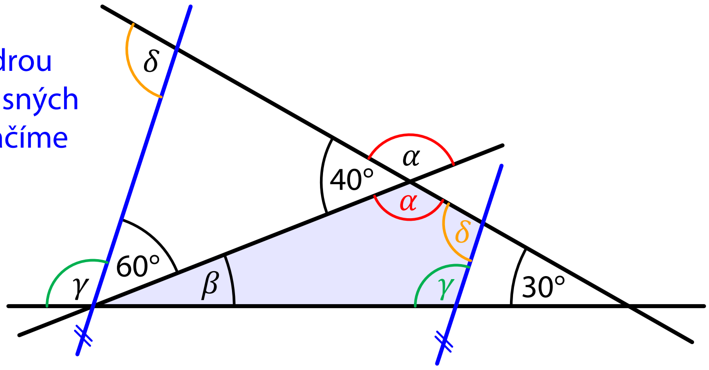


Součet velikostí: $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 140° + 120° + 100° = \mathbf{360°}$

Jiný způsob řešení:

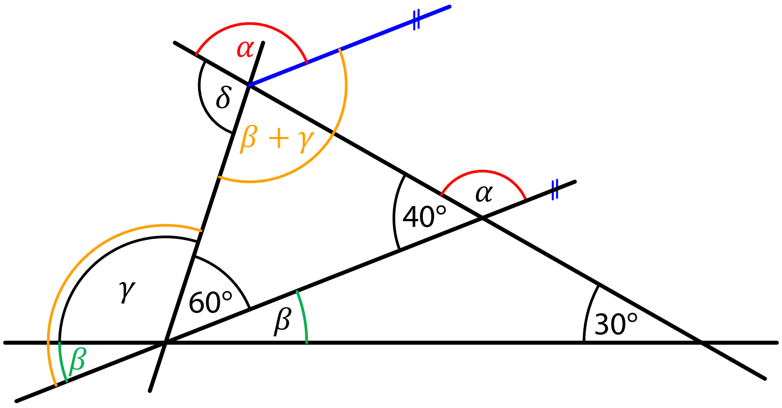
Vedeme vhodně rovnoběžku s modrou přímkou. Vyznačíme dvojice souhlasných úhlů o velikostech γ a δ. Dále vyznačíme vrcholový úhel k úhlu o velikosti α.

Úhly o velikostech α, β, γ a δ jsou vnitřními úhly čtyřúhelníku, jejich součet je tedy **360**°.



Další způsob řešení:

Vrcholem úhlu o velikosti δ vedeme rovnoběžku s ramenem úhlu o velikosti α.



Vyznačíme dvojici souhlasných úhlů o velikosti α.

K úhlu o velikosti β vyznačíme nejprve vrcholový úhel.
Potom vyznačíme dvojici souhlasných úhlů o velikosti $\beta + \gamma$.

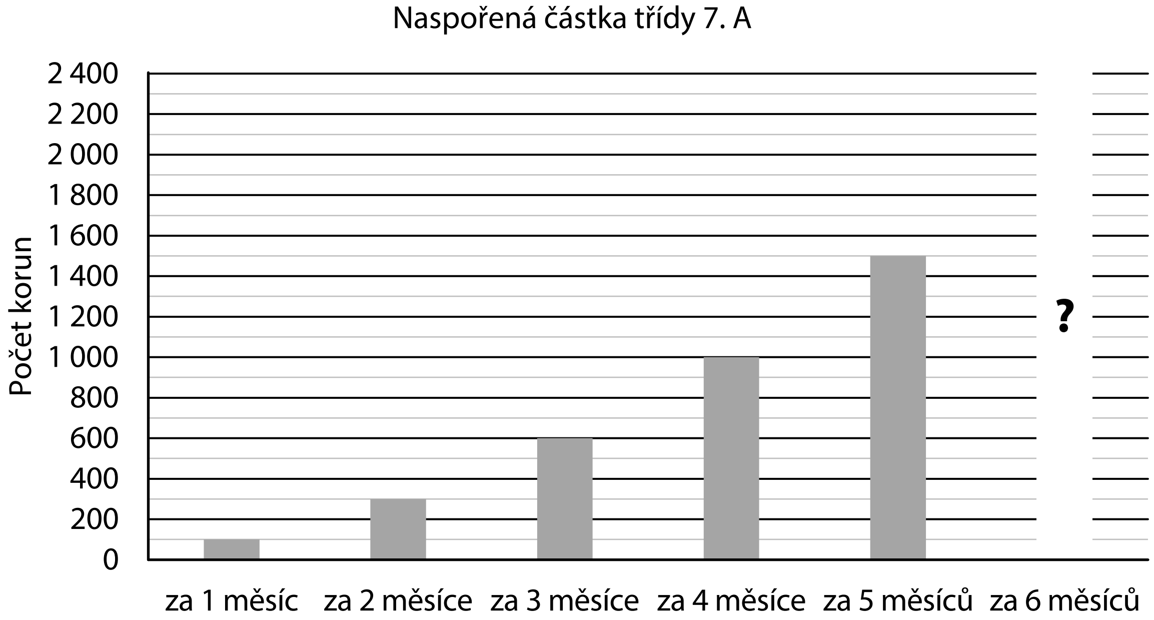
Součet úhlů o velikostech α, $\beta + \gamma$ a δ při jednom vrcholu je plný úhel, který má velikost 360°, tedy $\alpha + \beta + \gamma + \delta = \mathbf{360°}$.

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOHÁM 13–14

Třída 7. A s 20 žáky spořila půl roku na podporu adoptovaného hrocha.

Všichni žáci přispívali rovným dílem, ale každý měsíc vyšší částkou. Příspěvek žáka se každý měsíc zvyšoval o stejnou částku.

Z grafu lze vyčíst, jak v průběhu pěti měsíců narůstala naspořená částka celé třídy 7. A. Např. za 3 měsíce (tj. za 1., 2. a 3. měsíc) třída naspořila celkem 600 korun.



(CZVV)

2 body

13 O kolik korun se každý měsíc zvýšil příspěvek jednoho žáka třídy 7. A?

A) o 5 korun

B) o 10 korun

C) o 15 korun

D) o 20 korun

E) o více než 20 korun

Řešení:

Údaje ze zadání a grafu:
Naspořená částka celé třídy
za 1. měsíc (tj. příspěvek v 1. měsíci): 100 korun
za první 2 měsíce: 300 korun

Příspěvek celé třídy ve druhém měsíci: 300 korun − 100 korun = 200 korun

Příspěvek jednoho z 20 žáků
v 1. měsíci: 100 korun : 20 = 5 korun
ve 2. měsíci: 200 korun : 20 = 10 korun

Příspěvek jednoho žáka se ve 2. měsíci zvýšil (oproti 1. měsíci) **o 5 korun** (10 − 5 = 5).

Příspěvek každého žáka se každý měsíc zvyšoval o stejnou částku, tedy v každém měsíci se příspěvek zvýšil **o 5 korun**.

případně

Zvýšení příspěvku celé třídy ve 2. měsíci (oproti 1. měsíci):
200 korun − 100 korun = 100 korun

Všichni žáci přispívali rovným dílem, proto zvýšení příspěvku celé třídy (20 žáků) je 20krát větší než zvýšení příspěvku jednoho žáka.

Příspěvek každého žáka se každý měsíc zvyšoval o stejnou částku, tedy v každém měsíci se příspěvek zvýšil stejně jako ve 2. měsíci, a to **o 5 korun** (100 : 20 = **5**).

2 body

14 Kolika korunami přispěl každý žák během půl roku (celkem za 6 měsíců)?

A) méně než 100 korunami

B) 100 korunami

C) 105 korunami

D) 110 korunami

E) více než 110 korunami

Řešení:

Údaje ze zadání a grafu:
Naspořená částka celé třídy
za první 4 měsíce: 1 000 korun
za prvních 5 měsíců: 1 500 korun

Příspěvek celé třídy v 5. měsíci: 1 500 korun − 1 000 korun = 500 korun

Zvýšení příspěvku celé třídy v každém měsíci (tedy i v 6. měsíci): 100 korun
(rozdíl mezi příspěvky celé třídy ve dvou po sobě jdoucích měsících)

Příspěvek celé třídy v 6. měsíci: 500 korun + 100 korun = 600 korun

Naspořená částka celé třídy za půl roku: 1 500 korun + 600 korun = 2 100 korun
(K naspořené částce za prvních 5 měsíců se přičte příspěvek v 6. měsíci.)

Příspěvek jednoho žáka za půl roku: 2 100 korun : 20 = **105 korun**

Jiný způsob řešení:

Naspořená částka celé třídy za 1. měsíc (tj. příspěvek v 1. měsíci): 100 korun
Příspěvek jednoho z 20 žáků v 1. měsíci: 100 korun : 20 = 5 korun

Zvýšení příspěvku jednoho žáka v každém měsíci: 5 korun (viz řešení úlohy 13)

Příspěvek jednoho žáka:

v 1. měsíci	ve 2. měsíci	ve 3. měsíci	ve 4. měsíci	v 5. měsíci	v 6. měsíci
5 korun	10 korun	15 korun	20 korun	25 korun	30 korun
	(5 + 5 = 10)	(10 + 5 = 15)	(15 + 5 = 20)	(20 + 5 = 25)	(25 + 5 = 30)

Příspěvek jednoho žáka za celý půlrok je součet příspěvků za jednotlivé měsíce:

5 korun + 10 korun + 15 korun + 20 korun + 25 korun + 30 korun = **105 korun**

max. 6 bodů

15 Přiřaďte ke každé úloze (15.1–15.3) odpovídající výsledek (A–F).

15.1 Snížení ceny svetru o 20 % znamená zlevnění o 90 korun.

Jaká je cena zlevněného svetru? E

Řešení:

Sleva 20 % ... 90 korun
Cena svetru po slevě 80 % ... **360 korun** ($4 \cdot 90 = \mathbf{360}$)

15.2 Kalkulačka stojí 400 korun. Při zakoupení 4 kusů kalkulaček se získává 20% sleva z celkové ceny čtyř kalkulaček.

Jaká je průměrná cena jedné kalkulačky zakoupené se slevou? C

Řešení:

Počítáme-li průměrnou cenu jedné kalkulačky v nákupu se slevou, můžeme slevu rovnoměrně rozpočítat na každou ze zakoupených kalkulaček, tedy cenu každé kalkulačky snížit o 20 %.

Cena 1 kalkulačky před slevou 100 % ... 400 korun
Sleva 20 % ... 80 korun ($400 : 5 = 80$)
Průměrná cena 1 kalkulačky po slevě 80 % ... **320 korun** ($400 - 80 = \mathbf{320}$)

Jiný způsob řešení:

Cena 4 kalkulaček před slevou 100 % ... 1 600 korun ($4 \cdot 400 = 1600$)
Cena 4 kalkulaček po slevě 80 % ... 1 280 korun ($0{,}8 \cdot 1600 = 1280$)
Průměrná cena 1 kalkulačky po slevě ... **320 korun** ($1280 : 4 = \mathbf{320}$)

15.3 Výrobek s 20% přirážkou stojí 360 korun.

Jaká je cena výrobku bez přirážky? B

Řešení:

Cena výrobku s přirážkou 120 % ... 360 korun
Přirážka 20 % ... 60 korun ($360 : 6 = 60$)
Cena výrobku bez přirážky 100 % ... **300 korun** ($5 \cdot 60 = \mathbf{300}$)

A) nižší než 300 korun

B) 300 korun

C) 320 korun

D) 340 korun

E) 360 korun

F) vyšší než 360 korun

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 16

> Na obrazovce počítače jsou dvě čísla – jedno v modrém a druhé v červeném poli.
>
> Na počátku jsou obě čísla stejná.
>
> Při každém pípnutí se obě čísla zvětší – v modrém poli o 1 a v červeném o 3.
>
> V jednu chvíli se na obrazovce objeví v modrém poli číslo 49 a současně v červeném poli číslo 129.
>
> (CZVV)

max. 4 body

16

16.1 Určete, jaké číslo je v modrém poli **na počátku**.

Řešení:

Číslo v modrém poli	?	? + 1	? + 1 + 1	…	…
Číslo v červeném poli	?	? + 3	? + 3 + 3	…	
Rozdíl čísel v obou polích	0	2 (1 · 2)	4 (2 · 2)	6 (3 · 2)	
Počet pípnutí		1	2	3	

Na počátku jsou obě čísla stejná, tedy jejich rozdíl je 0.

Při 1. pípnutí se číslo v modrém poli zvětší o 1 a v červeném o 3. Rozdíl obou čísel bude 2.
Při 2. pípnutí se číslo v modrém poli opět zvětší o 1 a v červeném o 3, tedy jejich rozdíl se opět zvětší o 2 a bude roven $4 = 2 \cdot 2$.
Při 3. pípnutí se zvětší číslo v modrém poli opět o 1 a v červeném o 3, tedy jejich rozdíl se opět zvětší o 2 a bude roven $6 = 3 \cdot 2$.

Rozdíl čísel v červeném a modrém poli je 2krát větší než počet pípnutí.

Číslo v modrém poli	…	48	49	50	…
Číslo v červeném poli		126	129	132	
Rozdíl čísel v obou polích		78	80	82	
Počet pípnutí		39 $(78 = 2 \cdot 39)$	40 $(80 = 2 \cdot 40)$	41 $(82 = 2 \cdot 41)$	

Rozdíl čísel 129 a 49 je 80. Tato situace nastane při 40. pípnutí $(80 = 2 \cdot 40)$.

Číslo v modrém poli se během prvních 40 pípnutí zvětší 40krát o 1 (tj. o 40) až na číslo 49. Proto na počátku (než se číslo začne zvětšovat) musí být v modrém poli **číslo 9** $(49 - 40 = \mathbf{9})$.

Podobně se číslo v červeném poli během prvních 40 pípnutí zvětší 40krát o 3 (tj. o 120) až na číslo 129. Proto na počátku (než se číslo začne zvětšovat) musí být v červeném poli číslo 9 $(129 - 120 = 9)$, stejně jako v modrém poli.

16.2 Určete číslo **v modrém** poli v okamžiku, kdy je o 30 menší než číslo v červeném poli.

Řešení:

Rozdíl čísel v červeném a modrém poli je 2krát větší než počet pípnutí (viz řešení úlohy 16.1). Rozdíl 30 nastane při 15. pípnutí ($30 = 2 \cdot 15$).

Na počátku bylo v modrém poli číslo 9 (viz řešení úlohy 16.1) a při 15. pípnutí bude v modrém poli **číslo 24** ($9 + 15 \cdot 1 = \mathbf{24}$).

16.3 Určete číslo **v červeném** poli v okamžiku, kdy je součet čísel v obou polích 2 018.

Řešení:

Na počátku je součet čísel v obou polích 18 ($9 + 9 = 18$, viz řešení úlohy 16.1).

Při každém pípnutí se jedno číslo zvětší o 1, druhé o 3, tedy jejich součet se zvětší vždy o 4.

Aby se součet čísel v obou polích zvětšil z 18 na 2 018, musí se zvětšit o 2 000, což je 500krát o 4 ($2\,000 : 4 = 500$). Součet čísel v obou polích bude 2 018 při 500. pípnutí.

Na počátku bylo v červeném poli číslo 9. Jestliže se toto číslo celkem 500krát zvětší o 3, zvětší se celkem o 1 500 ($500 \cdot 3 = 1\,500$) na **číslo 1 509** ($9 + 1\,500 = \mathbf{1\,509}$).

Konal(a) zkoušku ☐ Vyloučen(a) ☐ Nepřítomen(na) či nedokončil(a) ☐

MATEMATIKA 7A

List 1 ze 2

Jméno a příjmení: IVA KONEČNÁ

DIDAKTICKÝ TEST – STRANA 1–4

1

$\frac{1}{2}$

2

2.1 250

2.2 19

3

Uveďte postup řešení.

3.1

$$\frac{4}{3} + 3 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{5}\right) = \frac{4}{3} + 3 \cdot \frac{5-9}{15} = \frac{4}{3} - \frac{4}{5} =$$

$$= \frac{20-12}{15} = \underline{\underline{\frac{8}{15}}}$$

3.2

$$\frac{\frac{5}{6} \cdot \frac{4}{35}}{1 + \frac{1}{3} - \frac{2}{7}} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{7}}{\frac{21+7-6}{21}} = \frac{2}{21} \cdot \frac{21}{22} =$$

$$= \frac{2}{22} = \underline{\underline{\frac{1}{11}}}$$

4

4.1 199,5

4.2 3,5

5 5.1

15 pytlů

5.2

18 pytlů

6 Uveďte postup řešení.

6.1

$a = 17\,cm$, $b = 68\,cm$

$o = 2 \cdot (17 + 68)\,cm$

$o = 2 \cdot 85\,cm$

$o = \underline{\underline{170\,cm}}$

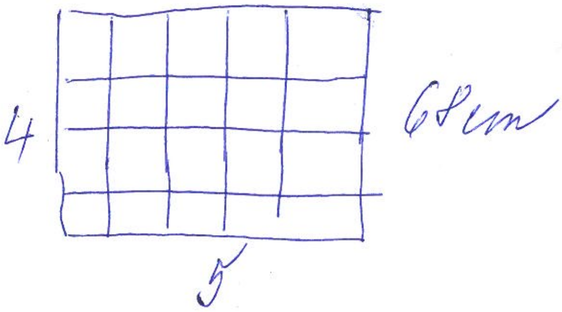
6.2

$68 : 17 = 4$

$100 : 17 = 5$, zb. 15

$4 \cdot 5 = 20$

<u>20 čtverců</u>



7 Uveďte postup řešení.

7.1

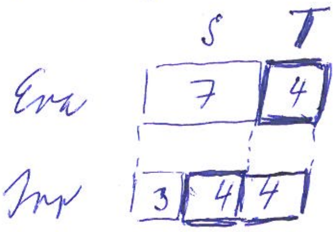
$10 - 4 = 6$

$6 : 2 = 3$

$3 + 4 = 7$

Eva si vzala 7 světlých kuliček.

7.2



Eva Ivo

$7 + 4 = 3 + \underline{2 \cdot 4}$

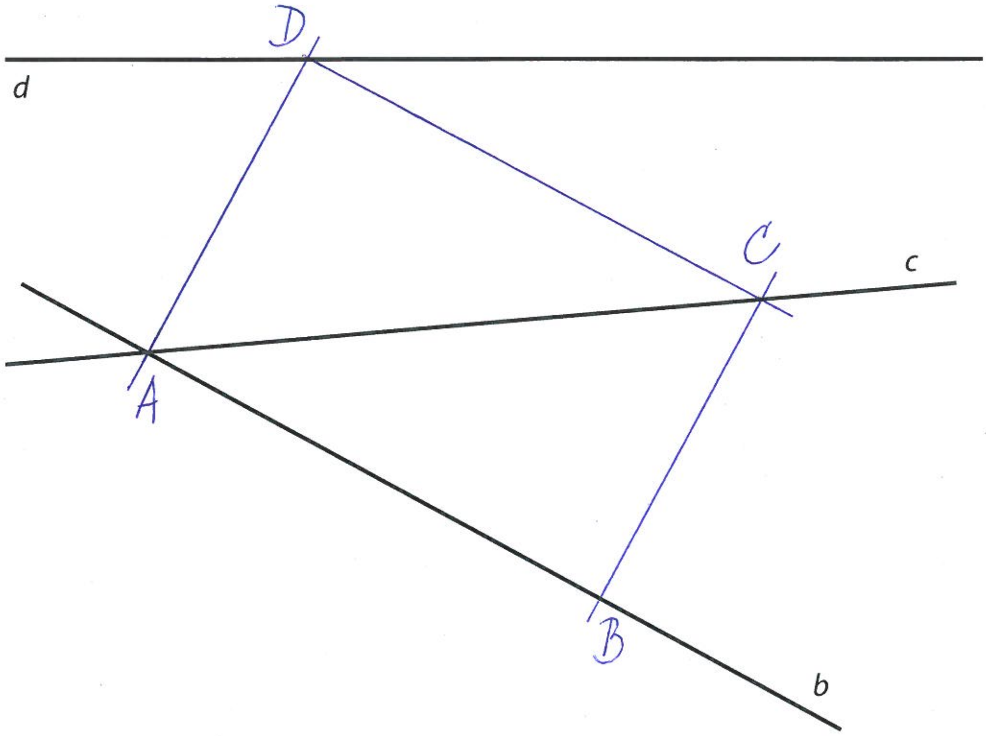
Ivo si vzal 8 tmavých kuliček.

7.3

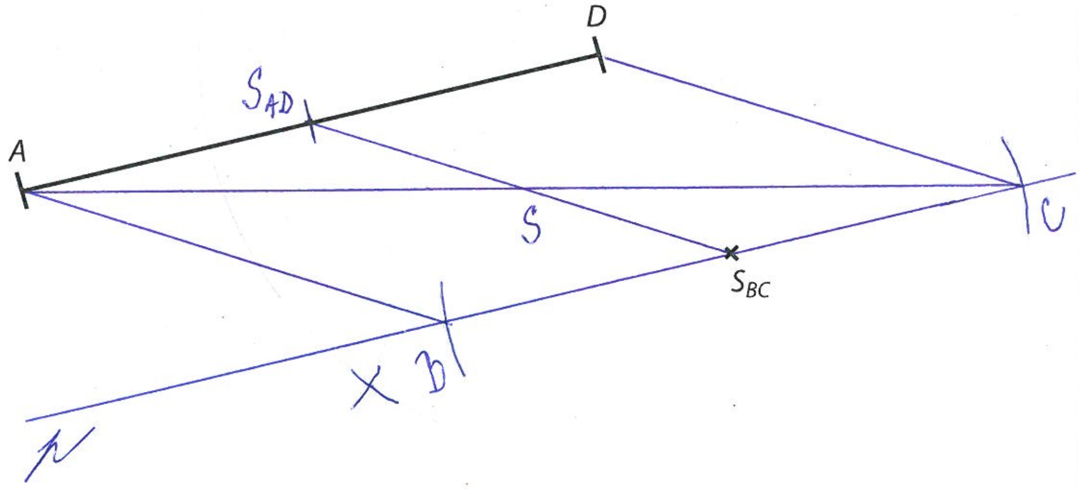
Eva celkem $7 + 4 = 11$

Eva si vzala celkem 11 kuliček.

8 Obtáhněte vše propisovací tužkou.



9 Obtáhněte vše propisovací tužkou.
9.1–9.3 X



10	A	N
10.1		X
10.2	X	
10.3	X	

	A	B	C	D	E
11		X			
12				X	
13	X				
14			X		

15	A	B	C	D	E	F
15.1					X	
15.2			X			
15.3		X				

16	16.1	16.2	16.3
	9	24	1509