MATEMATIKA 5

M5PID20C0T01

DIDAKTICKÝ TEST

Počet úloh: 14

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů

Povolené pomůcky: pouze psací a rýsovací potřeby

- Tento dokument obsahuje komentovaná řešení jednotlivých úloh didaktického testu.
- U každé úlohy je uveden jeden (příp. několik) z mnoha možných způsobů řešení.
- Do záznamového archu se zapisují pouze výsledky úloh.
- Na konci dokumentu je přiložen vzor vyplněného záznamového archu.

V úlohách **1–6** a **14** přepište do **záznamového archu** pouze **výsledky**.

max. 4 body

1 Vypočtěte:

1.1

$520 - 260 : (5 + 4 \cdot 2) =$

Řešení:

$520 - 260 : (5 + 4 \cdot 2) = 520 - 260 : (5 + 8) = 520 - 260 : 13 = 520 - 20 = \mathbf{500}$

1.2

$7 \cdot 82 + 9 \cdot (72 + 10) - 8 \cdot (62 + 20) - 2 \cdot (92 - 10) =$

Řešení:

$7 \cdot 82 + 9 \cdot (72 + 10) - 8 \cdot (62 + 20) - 2 \cdot (92 - 10) = 574 + 9 \cdot 82 - 8 \cdot 82 - 2 \cdot 82 =$
$574 + 738 - 656 - 164 = \mathbf{492}$

Rychlejší způsob řešení:

$7 \cdot 82 + 9 \cdot (72 + 10) - 8 \cdot (62 + 20) - 2 \cdot (92 - 10) =$
$7 \cdot 82 + 9 \cdot 82 - 8 \cdot 82 - 2 \cdot 82 = 6 \cdot 82 = \mathbf{492}$

max. 4 body

2 Doplňte do rámečku takové číslo, aby platila rovnost:

2.1

$$520\text{ m} = 5\text{ km} - \boxed{}\text{ cm}$$

Řešení:

Vše budeme nejprve počítat v metrech:

$$520\text{ m} = 5\,000\text{ m} - \boxed{?}\text{ m}$$

$$520\text{ m} = 5\,000\text{ m} - \boxed{4\,480}\text{ m}$$

Výsledek má být uveden v centimetrech:

$$520\text{ m} = 5\text{ km} - \boxed{\mathbf{448\,000}}\text{ cm}$$

2.2

$$3\text{ hodiny} = 2 \cdot \left(2\text{ hodiny} - \boxed{}\text{ minut}\right)$$

Řešení:

Vše počítáme v minutách:

$$180\text{ minut} = 2 \cdot \underbrace{\left(120\text{ minut} - \boxed{?}\text{ minut}\right)}_{90\text{ minut}}$$

$$180\text{ minut} = 2 \cdot \left(120\text{ minut} - \boxed{30}\text{ minut}\right)$$

$$3\text{ hodiny} = 2 \cdot \left(2\text{ hodiny} - \boxed{\mathbf{30}}\text{ minut}\right)$$

V záznamovém archu uveďte **čísla doplněná do rámečků**.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 3

V charitativním běžeckém závodě tříčlenných štafet muselo každé družstvo uběhnout celkem 36 km.

Za družstvo A postupně běželi Adam, Boris a Ctirad.

Boris se Ctiradem uběhli dohromady třikrát delší vzdálenost než Adam.

Ctirad uběhl o 5 km delší vzdálenost než Boris.

(*CZVV*)

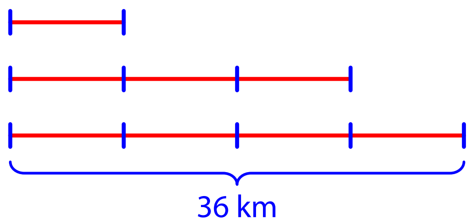
max. 4 body

3 Vypočtěte, kolik km ve štafetě uběhl

3.1 Adam,

Řešení:

Vzdálenost, kterou uběhli: Adam
Boris se Ctiradem
celé družstvo A



Adam uběhl jednu čtvrtinu celkové vzdálenosti:
36 km : 4 = **9 km**

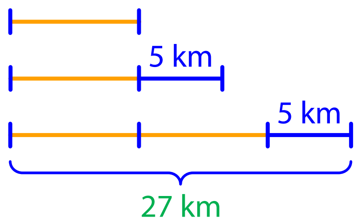
3.2 Boris,

3.3 Ctirad.

Řešení:

Vzdálenost, kterou uběhli dohromady Boris se Ctiradem: 36 km − 9 km = 27 km

Vzdálenost, kterou uběhli: Boris
Ctirad
oba dohromady



3.2 Vzdálenost, kterou uběhl Boris:
27 km − 5 km = 22 km
22 km : 2 = **11 km**

3.3 Vzdálenost, kterou uběhl Ctirad:
11 km + 5 km = **16 km**

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

> Školu navštěvuje 400 žáků.
>
> Každý žák školy se učí anglicky nebo německy, někteří studují dokonce oba jazyky.
>
> Anglicky se učí 288 žáků školy. Třetina žáků, kteří se učí anglicky, se učí také německy.
>
> (*CZVV*)

max. 4 body

4 Vypočtěte, kolik žáků školy se učí

4.1 jen jeden jazyk (jen anglicky, nebo jen německy),

4.2 německy.

Řešení (pouze pomocí výpočtů)**:**

4.1 Počet žáků, kteří se učí dva jazyky – anglicky i německy: $288 : 3 = 96$
Jen jeden jazyk (jen anglicky, nebo jen německy) se učí zbývající žáci školy
(ti, kteří se neučí dva jazyky): $400 - 96 =$ **304**

4.2 Počet žáků, kteří se učí pouze anglicky (ne současně německy): $288 - 96 = 192$
Počet žáků, kteří se učí německy (nejsou to ti, kteří se učí pouze anglicky):
$400 - 192 =$ **208**

Jiný způsob řešení:

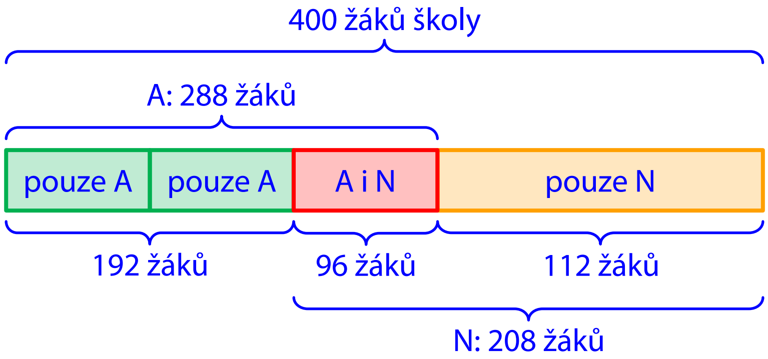
Pro lepší představu je možné řešit obě části úlohy pomocí nákresu.

Celý obdélník představuje všech 400 žáků školy. Rozdělíme ho na dvě části:

První část (o něco větší) představuje 288 žáků, kteří se učí anglicky (A).
Protože třetina z nich se učí také německy (N), rozdělíme první část na tři stejné díly.

Jeden ze tří dílů tedy představuje žáky, kteří se učí jak anglicky, tak i německy, a dva díly představují žáky, kteří se učí pouze anglicky.

Poslední část celého obdélníku představuje zbývající žáky, kteří se neučí anglicky, učí se tedy pouze německy.



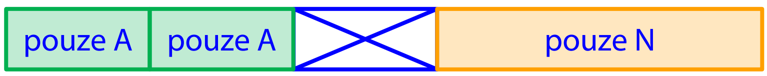
Pomocné výpočty:

oba jazyky (A i N):
$288 : 3 = 96$

pouze anglicky:
$288 - 96 = 192$,
případně $96 \cdot 2 = 192$

pouze německy:
$400 - 288 = 112$

4.1 Žáci, kteří je učí jen jeden jazyk:



$400 - 96 = \mathbf{304}$,
případně $192 + 112 = \mathbf{304}$

4.2 Žáci, kteří se učí německy:

$400 - 192 = \mathbf{208}$,
případně $96 + 112 = \mathbf{208}$

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 5

Soutěže se zúčastnily tři týmy. Jejich výkony hodnotilo 10 rozhodčích. Každý rozhodčí přidělil každému týmu jedno ze tří možných míst (každému týmu jiné). Tým získal za každé 1. místo **4 body**, za každé 2. místo **2 body** a za každé 3. místo **1 bod**. Zvítězil tým s nejvyšším počtem získaných bodů.

Do tabulky se zapisují počty přidělených míst a celkové počty bodů. **Tým A** získal v soutěži jen o 3 body méně než vítězný tým.

	Počet 1. míst	Počet 2. míst	Počet 3. míst	Celkový počet bodů
Tým A	3	4	3	
Tým B				
Tým C			3	

(*CZVV*)

max. 4 body

5 Vypočtěte,

5.1 kolik bodů získal tým A,

Řešení:

	Počet 1. míst	Počet 2. míst	Počet 3. míst	Celkový počet bodů
Tým A	3 (12 bodů)	4 (8 bodů)	3 (3 body)	**23**
Tým B				
Tým C			3	

Celkový počet bodů týmu A: $3 \cdot 4$ body $+ 4 \cdot 2$ body $+ 3 \cdot 1$ bod $=$ **23 bodů**

5.2 kolik bodů získaly dohromady týmy B a C,

Řešení:

	Počet 1. míst	Počet 2. míst	Počet 3. míst	Celkový počet bodů
Tým A	3	4	3	23
Tým B				oba týmy celkem **47**
Tým C			3	
Celkem	10 (40 bodů)	10 (20 bodů)	10 (10 bodů)	70

Všichni rozhodčí dohromady přidělili 10 prvních, 10 druhých a 10 třetích míst.
Celkový počet bodů, které rozhodčí rozdělili mezi tři týmy:
$10 \cdot 4$ body $+ 10 \cdot 2$ body $+ 10 \cdot 1$ bod $= 70$ bodů

Z těchto 70 bodů tým A získal 23 bodů, týmy B a C získaly zbývající body.
Celkový počet bodů týmů B a C dohromady: 70 bodů $-$ 23 bodů $=$ **47 bodů**

5.3 kolik druhých míst získal tým B.

Řešení:

Vítězný tým získal 26 bodů ($23 + 3 = 26$) a na poslední tým zbývá 21 bodů ($47 - 26 = 21$).

	Počet 1. míst	Počet 2. míst	Počet 3. míst	Celkový počet bodů
Tým A	3	4	3	23
Tým B	celkem 6 míst		4	26 nebo 21?
Tým C	celkem 7 míst		3	21 nebo 26?

Každý tým hodnotilo 10 rozhodčích. Týmu B přidělili třetí místo 4 rozhodčí, tedy zbývajících 6 rozhodčích mu přidělilo první nebo druhé místo.

1. Určíme počet prvních a druhých míst týmu B, pokud by zvítězil (celkem 26 bodů).

Tým B	Počet 1. míst	Počet 2. míst	Počet 3. míst	Celkový počet bodů
	celkem 6 míst		4	26
a)	6 (24 bodů)	0 (0 bodů)	4 (4 body)	28
b)	5 (20 bodů)	1 (2 body)	4 (4 body)	26
c)	4 (16 bodů)	2 (4 body)	4 (4 body)	24
… (Nahradíme-li jedno první místo druhým místem, sníží se celkový počet bodů o 2. Možnost b) je jediná s celkovým počtem bodů 26.)				

Tým B získal celkem 26 bodů, jestliže mu rozhodčí přidělili 5 prvních míst a **1 druhé místo**.

Pro úplnost doplníme celou tabulku.

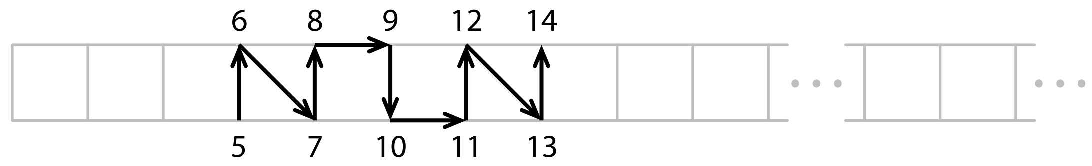
	Počet 1. míst	Počet 2. míst	Počet 3. míst	Celkový počet bodů
Tým A	3	4	3	23
Tým B	5	**1**	4	26
Tým C	2 (8 bodů)	5 (10 bodů)	3 (3 body)	21

2. Kdyby tým B nezvítězil, měl by celkem 21 bodů, z toho 4 body za třetí místa a 17 bodů za první a druhá místa.
   Za každé první místo se získávají 4 body, za každé druhé místo 2 body, proto součet bodů za první a druhá místa nikdy nemůže být lichý, tedy ani 17.
   Další řešení jsme nenašli.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

V pásu čtvercové sítě se pravidelně opakuje vzor **osmi** šipek, které spojují po sobě jdoucí celá čísla 0, 1, 2, 3, 4 atd.

Na obrázku jsou dvě části tohoto pásu.
V první části s čísly od 0 do 20 je vyznačeno pouze několik čísel a šipky mezi nimi.



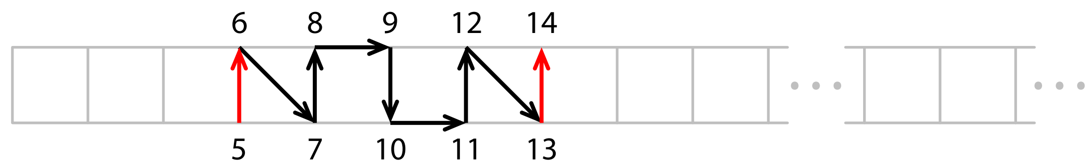
(*CZVV*)

max. 3 body

6

6.1 V první části pásu doplňte chybějící čísla od 0 do 19 a šipky mezi nimi.

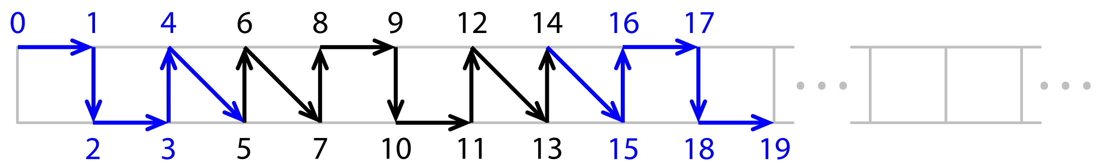
Řešení:



V pásu vybereme 8 po sobě jdoucích šipek, které propojují například čísla od 5 do 13. Tato osmice bude výchozím vzorem pro rozmístění dalších šipek. Následující osmici tvoří šipky mezi čísly 13 ($5 + 8 = 13$) a 21 ($13 + 8 = 21$).
První šipka (mezi čísly 5 a 6) výchozího vzoru je umístěna stejně jako první šipka (mezi čísly 13 a 14) následující osmice.

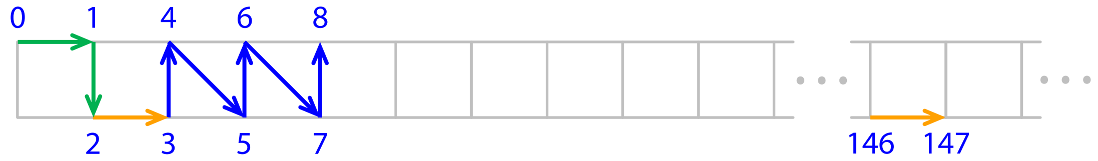
Postupně podle vzoru doplníme všechny ostatní šipky a čísla od 14 do 19.

Obdobným způsobem můžeme postupovat i zpět od čísla 5 k číslu 0. Šipka mezi čísly 4 a 5 odpovídá šipce mezi čísly 12 a 13 atd.



6.2 V druhé části pásu doplňte čísla od 146 do 150 a šipky mezi nimi.

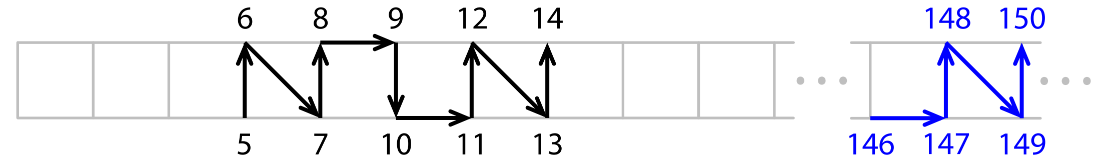
Řešení:



Jako výchozí použijeme vzor 8 šipek, které propojují čísla od 0 do 8. Platí:

$146 : 8 = 18$, zbytek 2, neboť $18 \cdot 8 + 2 = 146$

Když projdeme od počátku postupně 18krát celý vzor, dojdeme k číslu 144. Abychom došli až k číslu 146, použijeme ještě první 2 šipky z další osmice. Od čísla 146 pak pokračujeme ve vzoru třetí šipkou.

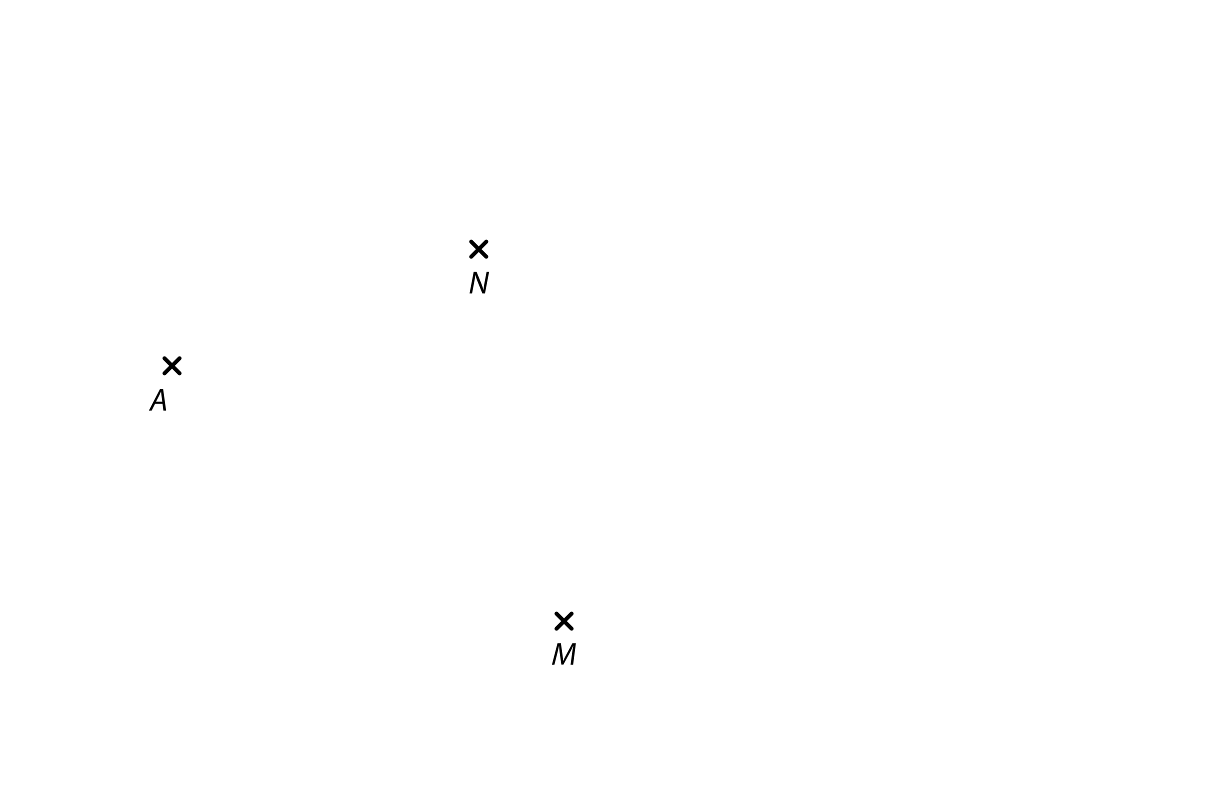


max. 6 bodů

7 **Doporučení:** Rýsujte přímo **do záznamového archu**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7.1

V rovině leží tři různé body *A*, *M*, *N*.



(*CZVV*)

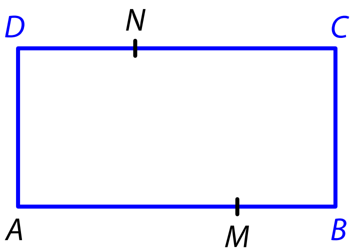
7.1 Bod *A* je vrchol obdélníku *ABCD*.
Uvnitř jedné strany tohoto obdélníku leží bod *M* a uvnitř protější strany bod *N*.
Obdélník *ABCD* je možné rozdělit na dva čtverce.

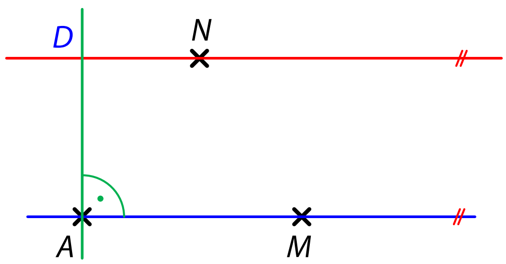
Sestrojte vrcholy *B*, *C*, *D* obdélníku *ABCD*, **označte** je písmeny a obdélník **narýsujte**.
Najděte všechna řešení.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Řešení:

Provedeme náčrtek obdélníku *ABCD* a černě v něm vyznačíme zadané body, tedy vrchol *A* a body *M*, *N* ležící uvnitř protějších stran. V zadání však není uvedeno, kterou dvojici protějších stran obdélníku máme vybrat, zda *AB* a *CD*, nebo *BC* a *AD*.
Začneme první možností, v níž body *M* a *N* leží na stranách *AB* a *CD*. Druhou možnost zkusíme později.

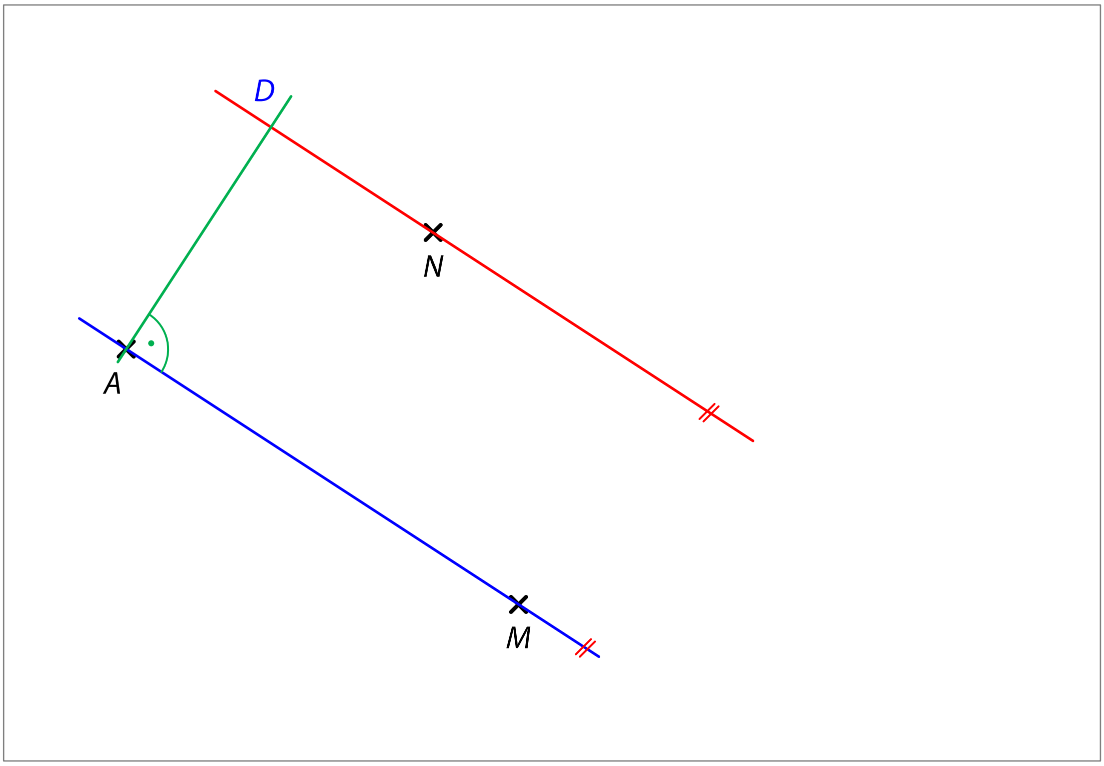




Představme si, že z obdélníku vidíme zatím jen tři zadané body *A*, *M* a *N*.
Pomocí nich bychom měli sestrojit chybějící vrcholy obdélníku *ABCD*.

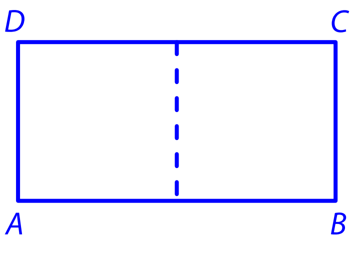
Vrchol *B* bude ležet na přímce *AM*, vrcholy *C*, *D* budou ležet na rovnoběžné přímce procházející bodem *N* a vrchol *D* bude ležet i na přímce vedené bodem *A* kolmo k oběma rovnoběžkám.

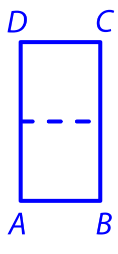
Začneme rýsovat:



1. Sestrojíme přímku *AM*.
2. Bodem *N* vedeme rovnoběžku s přímkou *AM*.
3. Bodem *A* vedeme kolmici k přímce *AM*.
4. Průsečík červené a zelené přímky je vrchol *D* obdélníku *ABCD*.

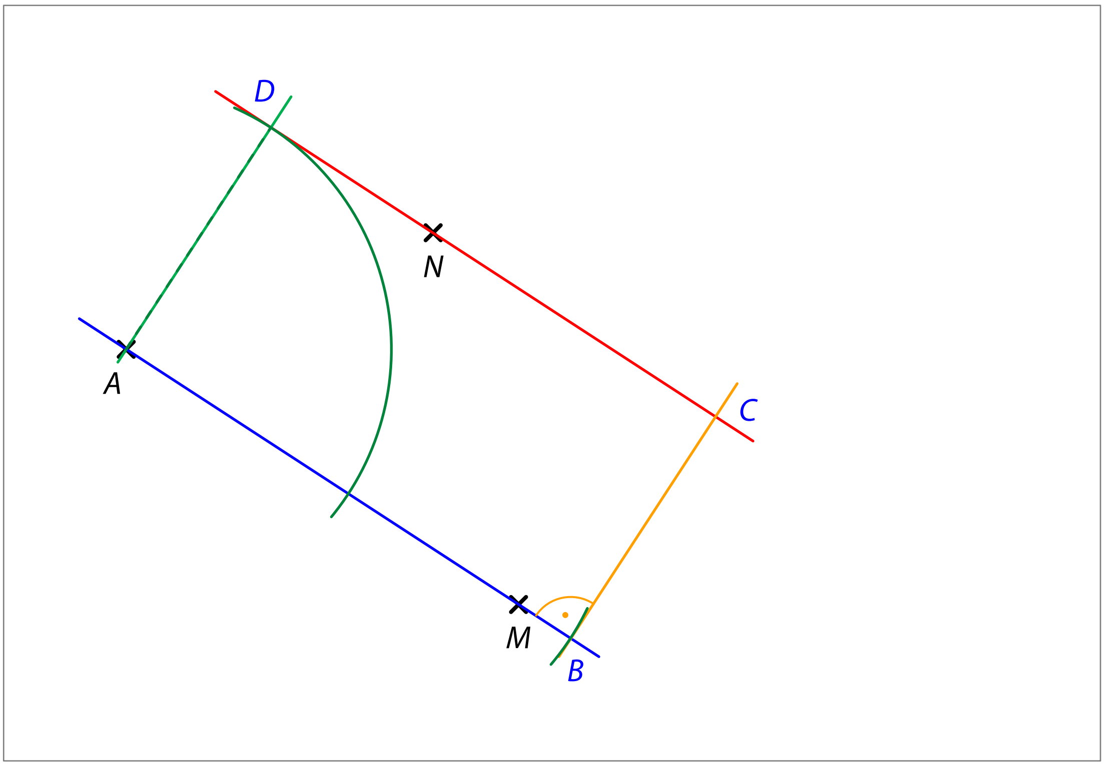
Abychom mohli pokračovat v rýsování, musíme použít další informaci ze zadání úlohy:
Obdélník *ABCD* je možné rozdělit na dva čtverce.





To znamená, že strana *AB* má dvojnásobnou délku než sousední strana *AD* obdélníku *ABCD*, případně by mohla mít poloviční délku než strana *AD*.

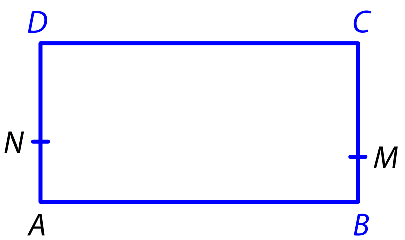
Pokračujeme v rýsování:



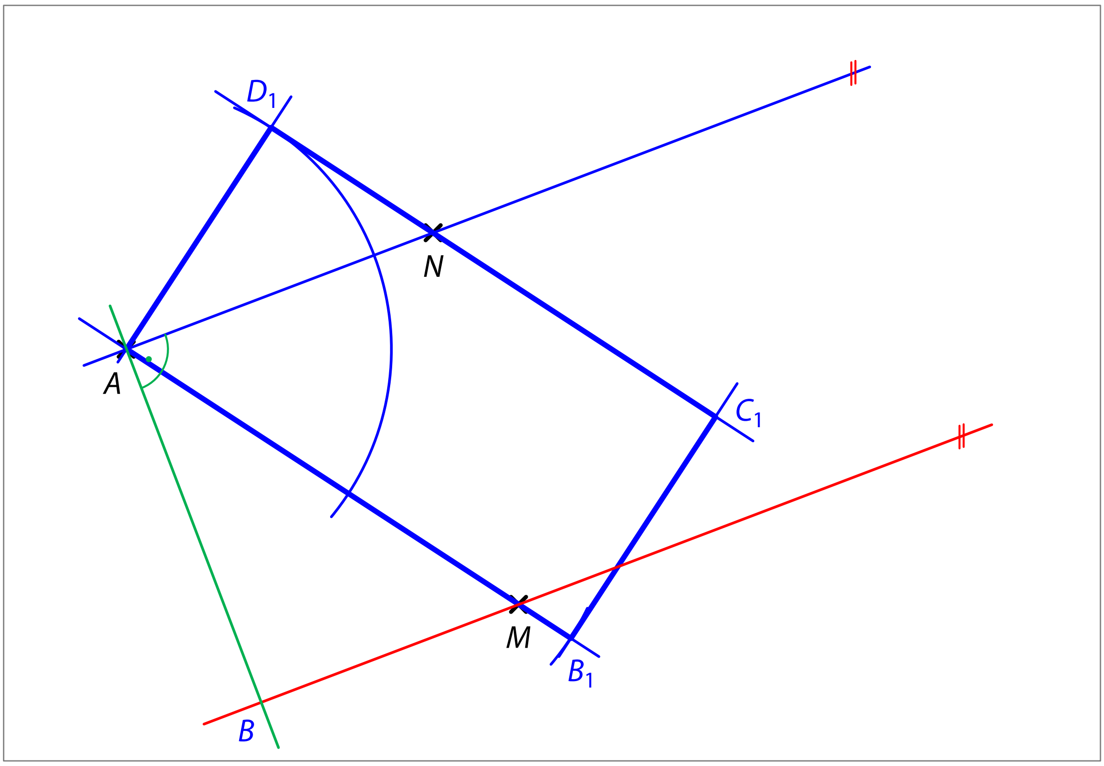
5. Na polopřímku *AM* naneseme od bodu *A* dvojnásobek délky úsečky *AD* a získáme vrchol *B* obdélníku *ABCD*.
6. Bodem *B* vedeme kolmici k přímce *AM*.
7. Průsečík oranžové a červené přímky je vrchol *C* obdélníku *ABCD*.
8. Zvýrazníme obdélník *ABCD*. (Sestrojené vrcholy musí být označeny písmeny.)

Pokud bychom narýsovali obdélník, v němž by délka strany *AB* byla polovinou délky strany *AD*, bod *M* by neležel uvnitř strany *AB* obdélníku *ABCD*. Proto tuto možnost vyloučíme.

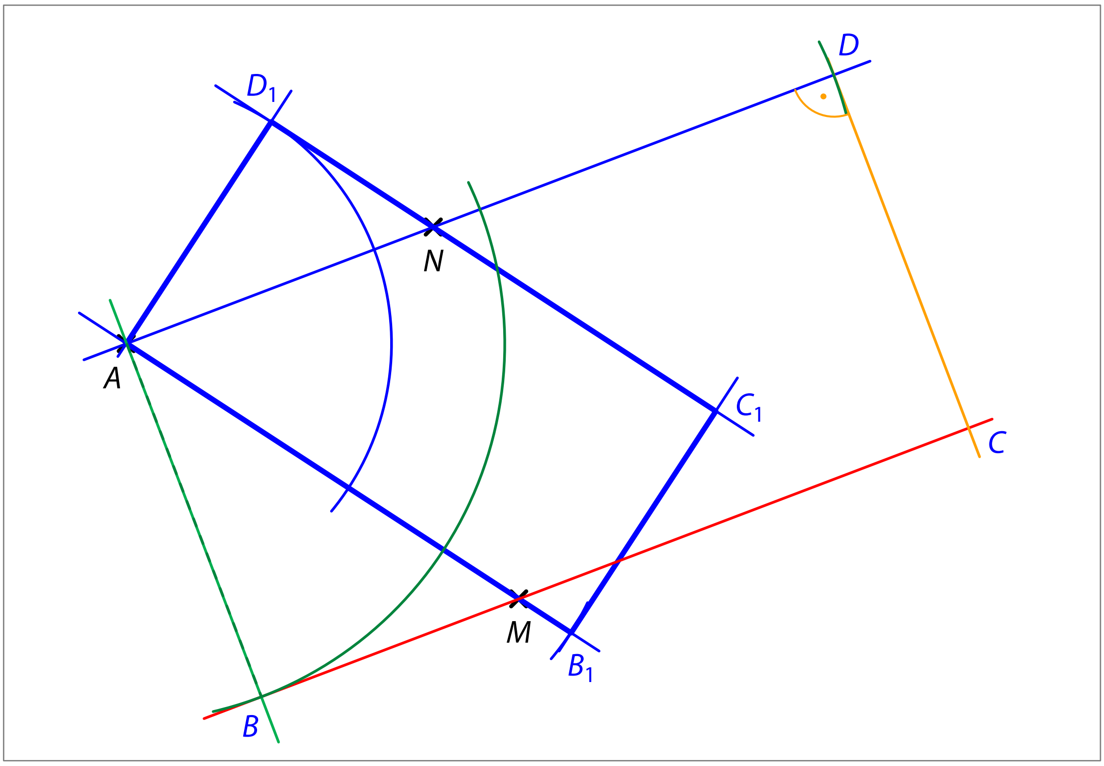
Nyní se budeme zabývat druhou možností uvedenou na počátku:
Body *M* a *N* leží na stranách *BC* a *AD*.



Při rýsování postupujeme v 8 krocích obdobně jako v předchozím řešení:



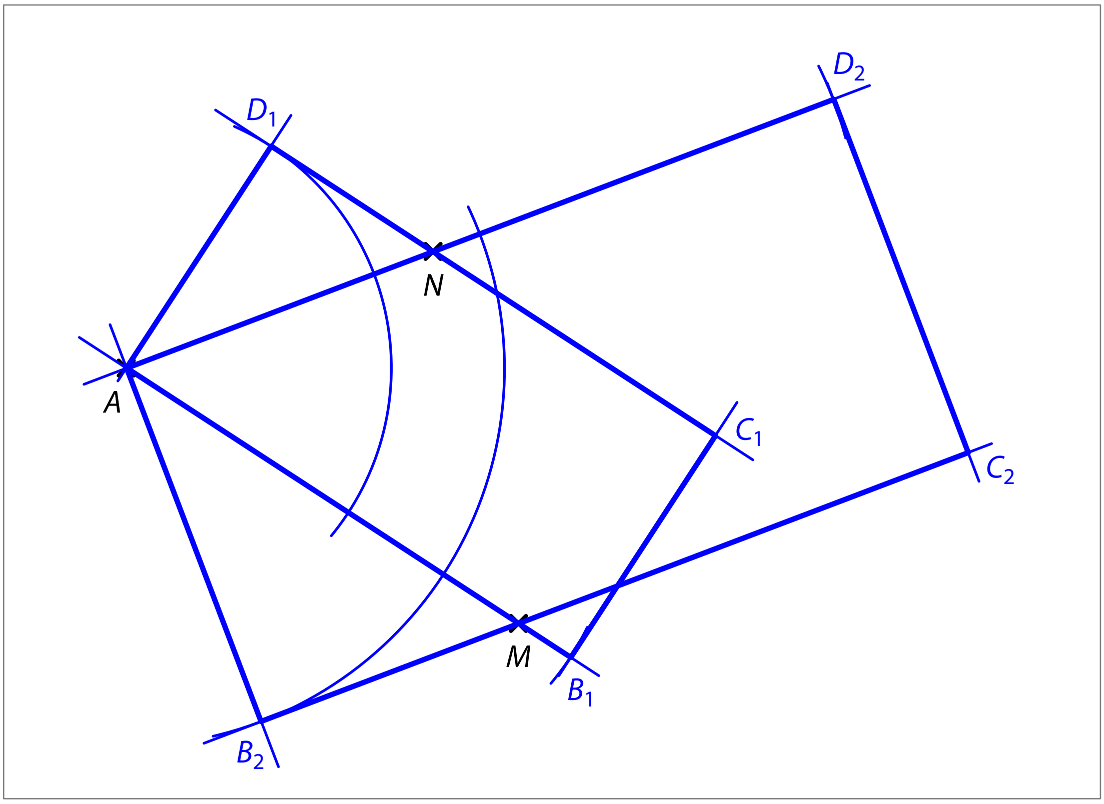
1. Sestrojíme přímku *AN*.
2. Bodem *M* vedeme rovnoběžku s přímkou *AN*.
3. Bodem *A* vedeme kolmici k přímce *AN*.
4. Průsečík červené a zelené přímky je vrchol *B* obdélníku *ABCD*.



5. Na polopřímku *AN* naneseme od bodu *A* dvojnásobek délky úsečky *AB* a získáme vrchol *D* obdélníku *ABCD*.
6. Bodem *D* vedeme kolmici k přímce *AN*.
7. Průsečík oranžové a červené přímky je vrchol *C* obdélníku *ABCD*.

8. Zvýrazníme druhý obdélník *ABCD*. (Sestrojené vrcholy musí být označeny písmeny. Odlišíme písmena označující vrcholy prvního a druhého řešení – například čísly.)

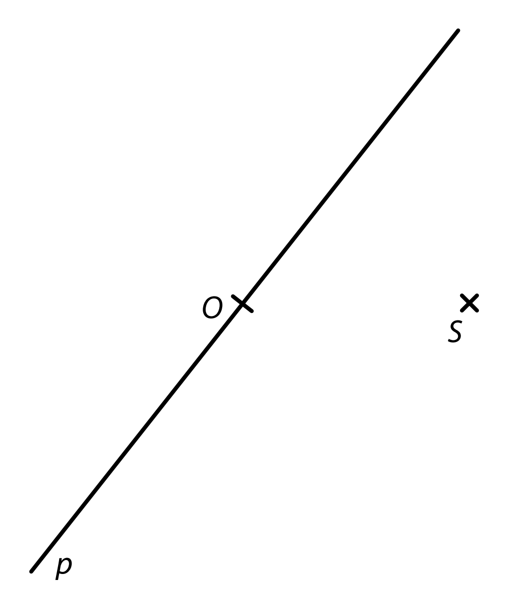
Pokud bychom narýsovali obdélník, v němž by délka strany *AB* byla dvojnásobkem délky strany *AD*, neležel by bod *N* uvnitř strany *AD* obdélníku *ABCD*. Proto tuto možnost vyloučíme.



Závěr: Úloha má 2 řešení.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7.2

V rovině leží body *O*, *S* a přímka *p* procházející bodem *O*.



(CZVV)

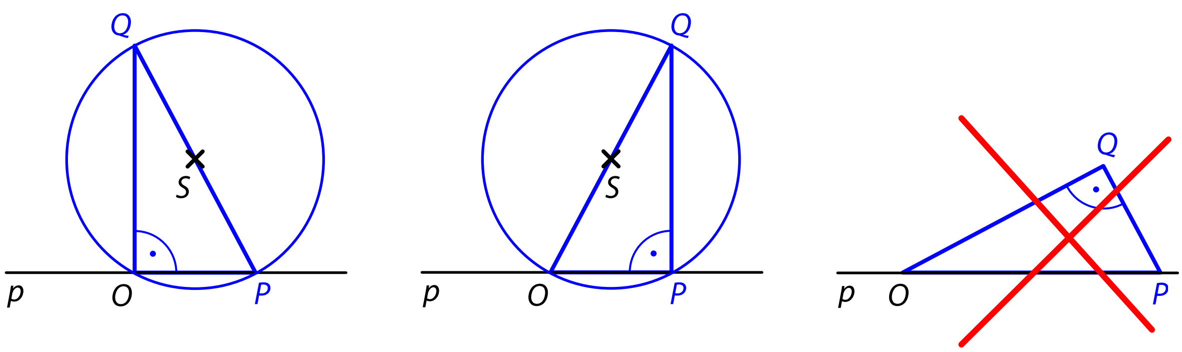
7.2 Bod *O* je vrchol pravoúhlého trojúhelníku *OPQ*.
Nejkratší strana *OP* tohoto trojúhelníku leží na přímce *p*.
Všechny vrcholy trojúhelníku *OPQ* mají stejnou vzdálenost od bodu *S* (leží na kružnici se středem *S*).

Sestrojte vrcholy *P*, *Q* trojúhelníku *OPQ*, **označte** je písmeny a trojúhelník **narýsujte**.
Najděte všechna řešení.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Řešení:

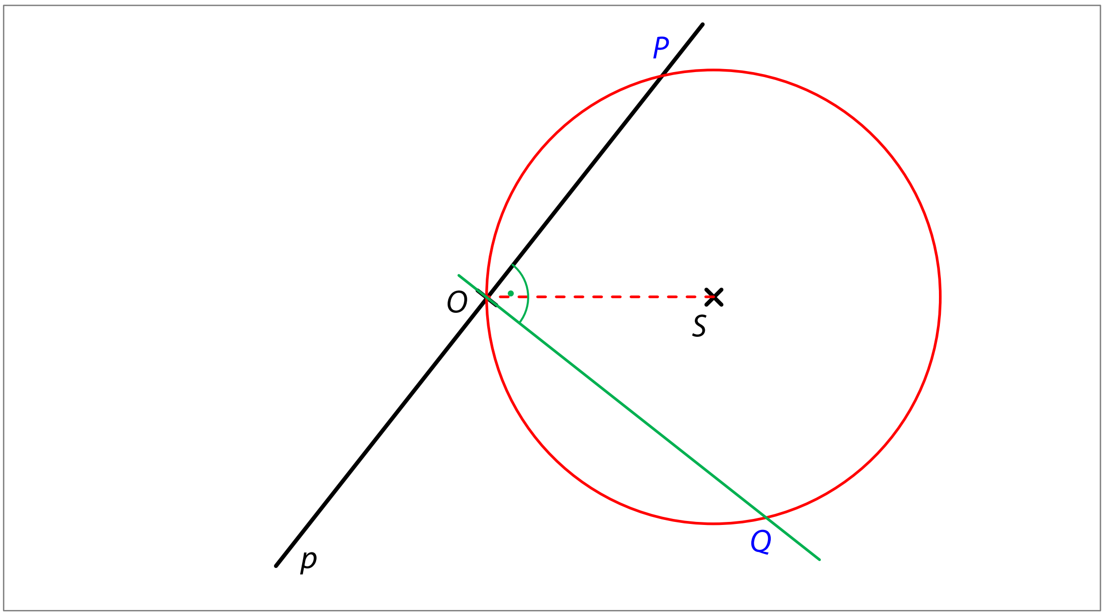
Provedeme náčrtek trojúhelníku *OPQ* a černě v něm vyznačíme, co je zadáno, tedy přímku *p*, vrchol *O* a bod *S*.



Pravoúhlý trojúhelník má vrchol *O* na přímce *p*. Na přímce *p* bude ležet také nejkratší strana *OP*. Pravý úhel tak může být při vrcholu *O* nebo *P*. (Je-li pravý úhel při vrcholu *Q*, strana *OP* není nejkratší.)

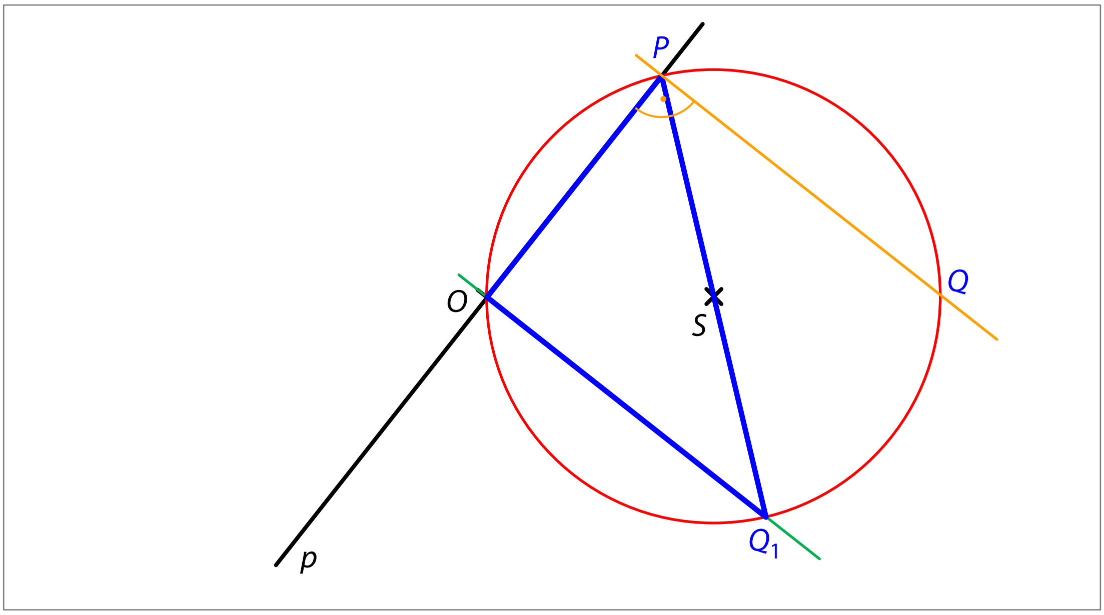
Všechny vrcholy trojúhelníku leží na kružnici se středem *S*.

Začneme rýsovat první řešení:



1. Sestrojíme kružnici, která má střed v bodě *S* a prochází bodem *O*.
2. Jeden průsečík kružnice a přímky *p* je vrchol *O* trojúhelníku *OPQ*, druhý průsečík je vrchol *P*.
3. Bodem *O* vedeme kolmici k přímce *p*.
4. Jeden průsečík zelené přímky a kružnice je vrchol *O* trojúhelníku *OPQ*, druhý průsečík je vrchol *Q*.
5. Sestrojíme trojúhelník *OPQ*.
   Ověříme, že strana *OP* je nejkratší stranou trojúhelníku *OPQ*, a trojúhelník zvýrazníme.
   (Sestrojené vrcholy musí být označeny písmeny.)

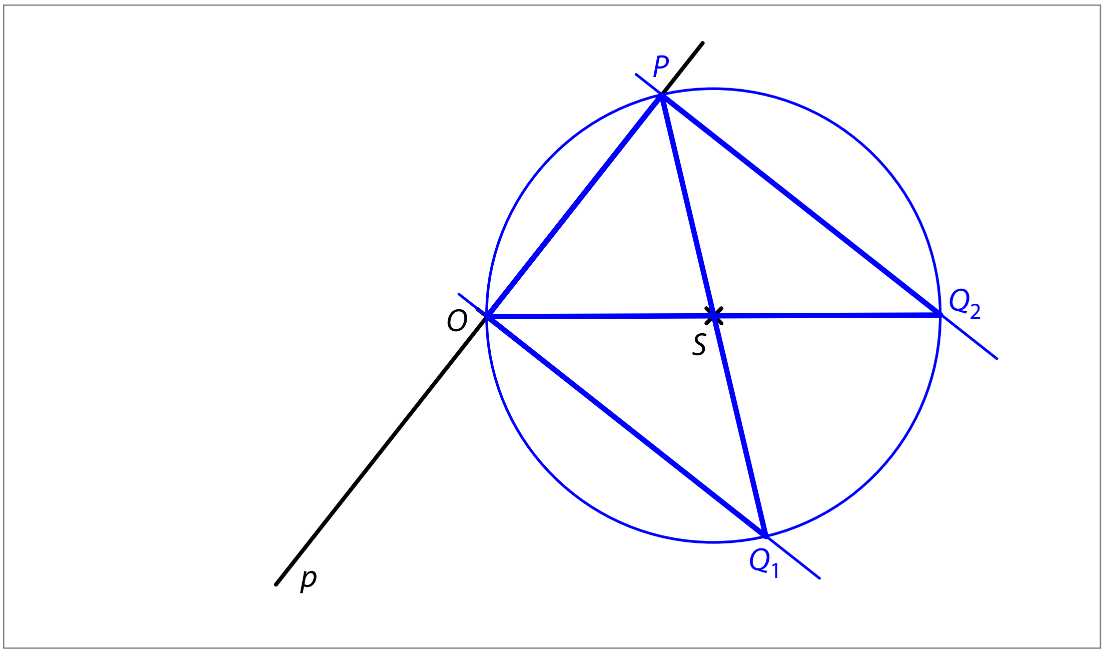
Úloha má ještě jedno řešení:



První dva kroky konstrukce jsou provedeny.

3. Bodem *P* vedeme kolmici k přímce *p*.
4. Jeden průsečík oranžové přímky a kružnice je vrchol *P* trojúhelníku *OPQ*, druhý průsečík je vrchol *Q*.

5. Sestrojíme druhý trojúhelník *OPQ*.
   Ověříme, že strana *OP* je nejkratší stranou trojúhelníku *OPQ*, a trojúhelník zvýrazníme.
   (Sestrojené vrcholy musí být označeny písmeny. Odlišíme písmena označující vrcholy prvního a druhého řešení – např. čísly.)

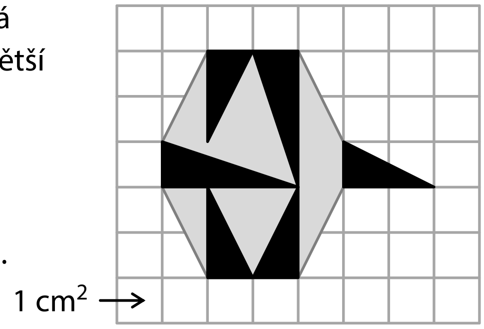


Závěr: Úloha má 2 řešení.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Ve čtvercové síti je zakreslen obrazec, který se skládá z šedých a černých částí. Černé části tvoří 4 menší a 2 větší trojúhelníky.

Všechny vrcholy trojúhelníků jsou v mřížových bodech.
Každý čtvereček čtvercové sítě má obsah 1 cm^2.



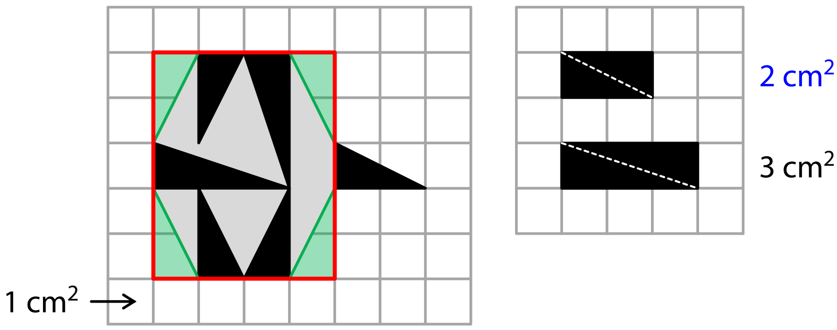
(CZVV)

max. 4 body

8 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (8.1–8.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

	A	N
8.1 Obsah většího černého trojúhelníku je o 1 cm^2 větší než obsah menšího černého trojúhelníku.	☐	☒
8.2 Obsah všech šedých částí obrazce je 10 cm^2.	☒	☐
8.3 Obsah všech černých částí obrazce je o 4 cm^2 menší než obsah všech šedých částí obrazce.	☐	☒

Řešení:



8.1 Kdyby měl větší černý trojúhelník obsah o 1 cm^2 větší než menší černý trojúhelník, 2 větší černé trojúhelníky dohromady by měly obsah o 2 cm^2 větší než 2 menší černé trojúhelníky dohromady. To však neplatí.
Tvrzení 8.1 je **nepravdivé**.

8.2 Vyznačíme obdélník o obsahu 20 cm^2.
Odebereme z něj 4 zelené, 2 větší černé a 3 menší černé trojúhelníky.
Obsah šedých částí: $20\text{ cm}^2 - 4 \cdot 1\text{ cm}^2 - 3\text{ cm}^2 - 3 \cdot 1\text{ cm}^2 = 10\text{ cm}^2$.
Tvrzení 8.2 je **pravdivé**.

8.3 Černé části tvoří 2 větší černé a 4 menší černé trojúhelníky.
Obsah černých částí: $3\text{ cm}^2 + 4 \cdot 1\text{ cm}^2 = 7\text{ cm}^2$
Obsah všech černých částí je tedy o 3 cm^2 menší než obsah všech šedých částí obrazce.
Tvrzení 8.3 je **nepravdivé**.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 9

Kristýna čte dobrodružnou knihu. Naplánovala si, že každý den přečte stejný počet stránek, aby celou knihu přečetla přesně za tři týdny. Svůj plán dodržuje. Na četbu jí zbývá ještě 10 dní a už přečetla 132 stran.

(CZVV)

2 body

9 Kolik stran má dobrodružná kniha?

A) méně než 252 stran

B) 252 stran

C) 254 stran

D) 256 stran

E) více než 256 stran

Řešení:

V následující tabulce jsou černě uvedeny údaje za zadání.

	Kristýna již četla	Kristýně zbývá	Celkem
Počet dní	11	10	21 (3 týdny)
Počet stran	132		$21 \cdot 12 = \mathbf{252}$
	$132 : 11 = 12$	Kristýna čte 12 stran za 1 den.	

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 10

Máme vytvořit **všechny** možné příklady na násobení takových **dvou** celých čísel od 1 do 105, abychom dostali výsledek 105.

Ukázka **tří různých** příkladů:

$$\left.\begin{array}{r} 15 \cdot 7 = 105 \\ 7 \cdot 15 = 105 \end{array}\right\} \text{Pozor, 2 různé příklady!}$$
$$1 \cdot 105 = 105$$

(*CZVV*)

2 body

10 Kolik různých příkladů lze požadovaným způsobem sestavit?

A) 4

B) 6

C) 8

D) 10

E) jiný počet

Řešení:

Násobení je možné rozepsat více způsoby, například: $105 = 15 \cdot 7 = 3 \cdot 5 \cdot 7 = 3 \cdot 35$

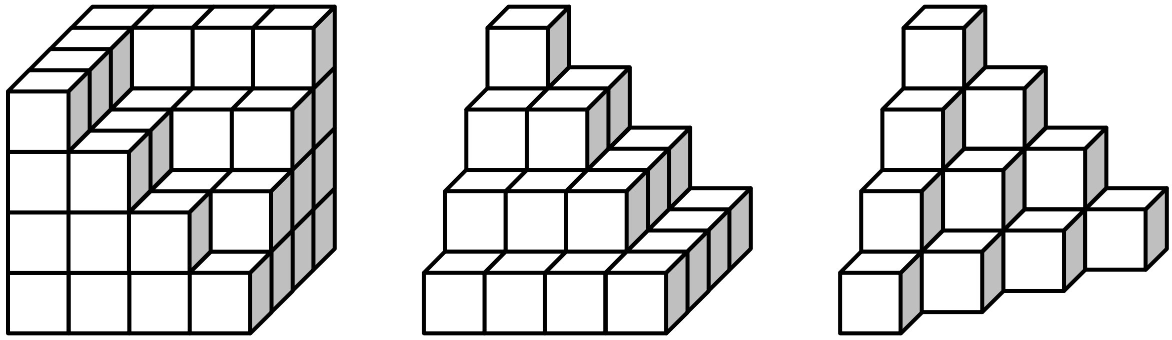
Můžeme postupovat také tak, že najdeme další čísla, kterými je možné dělit 105 beze zbytku, například: $105 : 5 = 21$, tedy $21 \cdot 5 = 105$ nebo $5 \cdot 21 = 105$

Všech požadovaných příkladů je celkem **8**:

$3 \cdot 35 = 105$	$5 \cdot 21 = 105$	$7 \cdot 15 = 105$	$1 \cdot 105 = 105$
$35 \cdot 3 = 105$	$21 \cdot 5 = 105$	$15 \cdot 7 = 105$	$105 \cdot 1 = 105$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 11–12

Marta postavila na podložce krychli, která měla v každé řadě 4 krychličky. Když z krychle odebrala několik krychliček, vytvořila 1. stavbu. Po odebrání dalších krychliček vytvořila 2. stavbu a z té nakonec vytvořila 3. stavbu.



(*CZVV*)

2 body

11 Kolik krychliček musela Marta odebrat z 1. stavby, aby vytvořila 2. stavbu?

A) 14

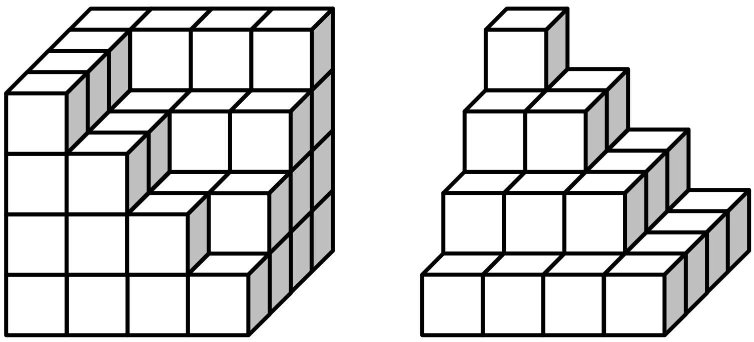
B) 16

C) 18

D) 20

E) jiný počet

Řešení:



Určíme, kolik krychliček obsahují jednotlivé stavby, a pak spočteme rozdíly mezi nimi.

Sčítáme počty krychliček v jednotlivých vrstvách stavby shora dolů. V horní vrstvě jsou všechny krychličky vidět. Rovněž je vidět, o kolik krychliček více má vrstva pod ní.

1. stavba: $7 + 12 + 15 + 16 = 50$
2. stavba: $1 + 4 + 9 + 16 = 30$

případně

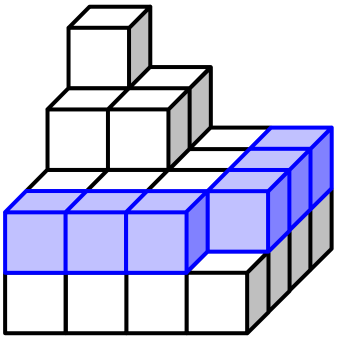
Počty krychliček v obou stavbách počítáme po jednotlivých vrstvách zepředu dozadu:

1. stavba: $10 + 11 + 13 + 16 = 50$
2. stavba: $4 + 7 + 9 + 10 = 30$

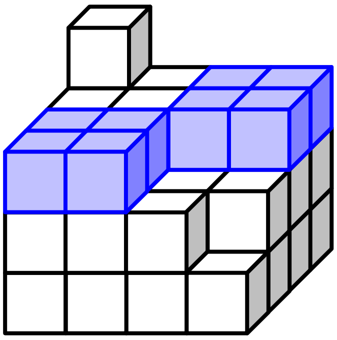
První a druhá stavba se liší o **20** krychliček.

Jiný způsob řešení

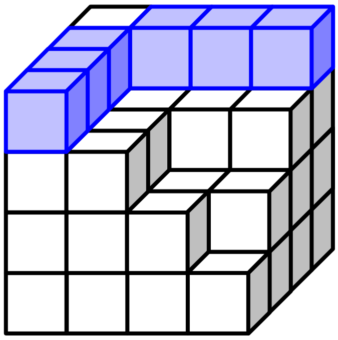
Určíme počty krychliček, o které se liší 1. stavba a 2. stavba v jednotlivých patrech. (Ve spodním patře mají obě stavby stejný počet krychliček.)



6 krychliček ve 2. patře



8 krychliček ve 3. patře



6 krychliček ve 4. patře

Počet krychliček, které musela Marta odebrat z 1. stavby: $6 + 8 + 6 =$ **20**

2 body

12 Kolik krychliček musela Marta odebrat <u>z 2. stavby</u>, aby vytvořila <u>3. stavbu</u>?

A) 8

B) 9

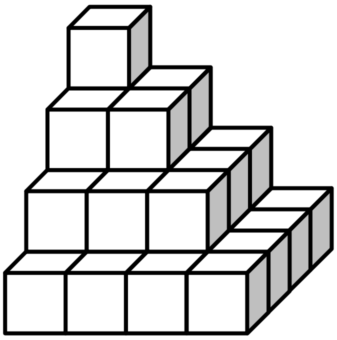
C) 10

D) 11

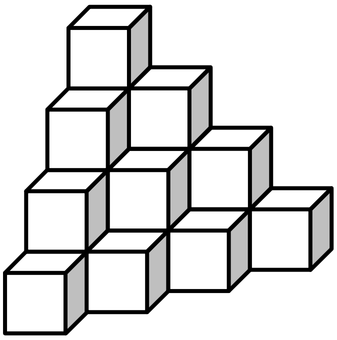
E) jiný počet

Řešení:

2. stavba



3. stavba



Určíme, kolik krychliček obsahují jednotlivé stavby, a pak spočteme rozdíly mezi nimi.

Sčítáme počty krychliček v jednotlivých vrstvách stavby shora dolů. V horní vrstvě jsou všechny krychličky vidět. Rovněž je vidět, o kolik krychliček více má vrstva pod ní.

2. stavba: $1 + 4 + 9 + 16 = 30$
3. stavba: $1 + 3 + 6 + 10 = 20$

případně

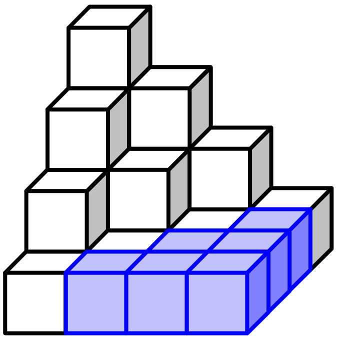
Počty krychliček v obou stavbách počítáme po jednotlivých vrstvách zepředu dozadu:

2. stavba: $4 + 7 + 9 + 10 = 30$
3. stavba: $1 + 3 + 6 + 10 = 20$

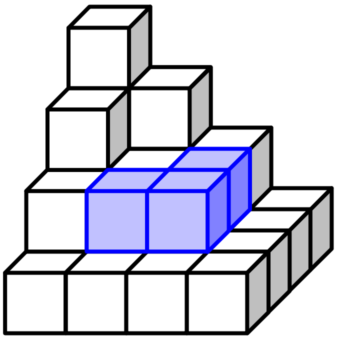
Druhá a třetí stavba se liší o **10** krychliček.

Jiný způsob řešení

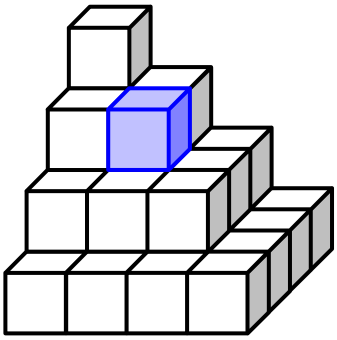
Určíme počty krychliček, o které se liší 2. stavba a 3. stavba v jednotlivých patrech (ve 4. patře odspodu mají stejný počet krychliček):



6 krychliček v 1. patře



3 krychličky ve 2. patře

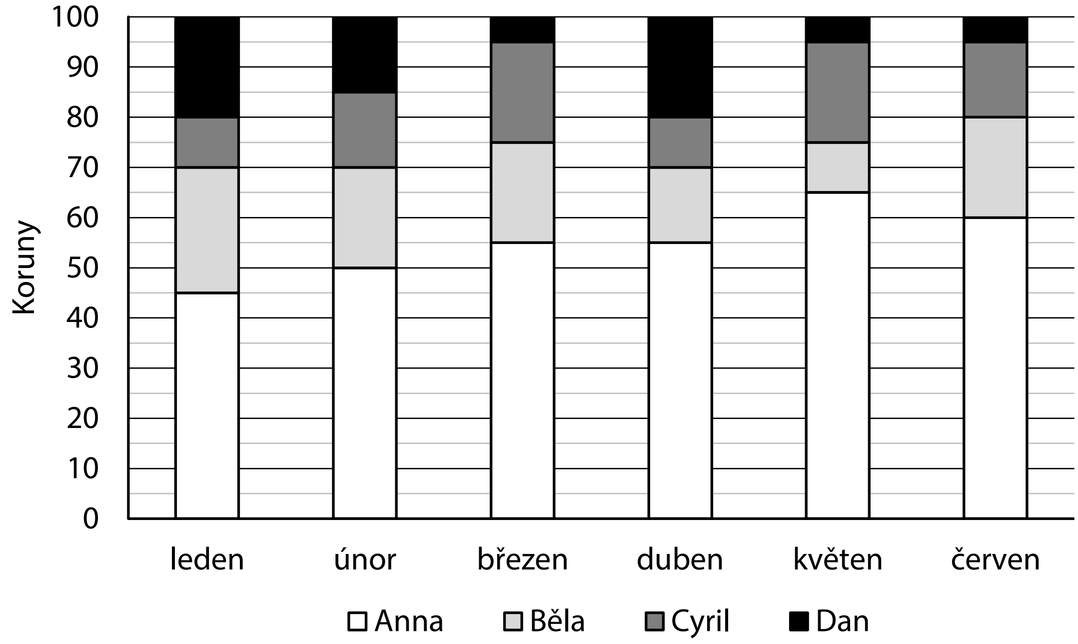


1 krychlička ve 3. patře

Počet krychliček, které musela Marta odebrat z 2. stavby: $6 + 3 + 1 = \mathbf{10}$

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 13

Čtyři děti Anna, Běla, Cyril a Dan společně našetřily každý měsíc 100 korun.
V grafu jsou zobrazeny částky, kterými děti přispívaly v jednotlivých měsících.



(*CZVV*)

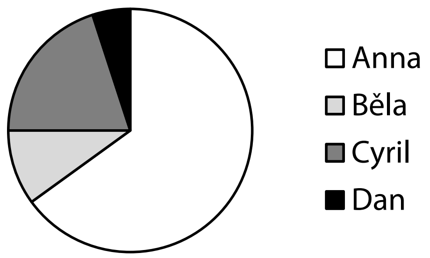
max. 5 bodů

13 Přiřaďte ke každé úloze (13.1–13.3) správnou odpověď (A–F).

13.1 Ve kterém měsíci Anna přispěla čtyřikrát větší částkou než Cyril? F

13.2 Ve kterém měsíci Běla přispěla částkou o čtvrtinu větší než Dan? A

13.3 Kterému měsíci odpovídá následující graf? E



A) leden

B) únor

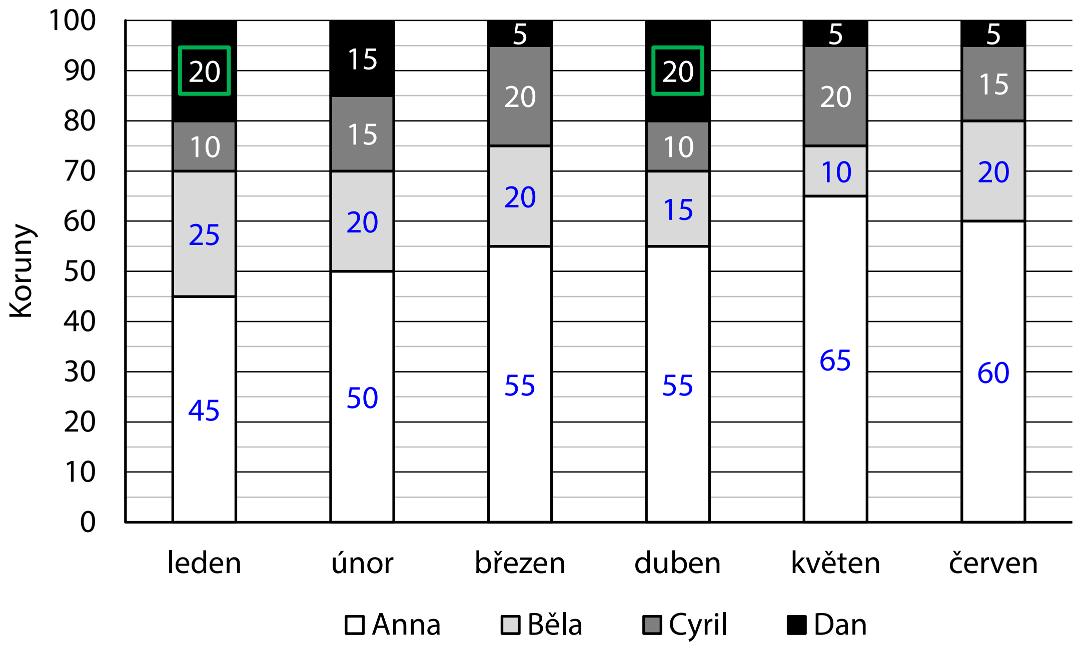
C) březen

D) duben

E) květen

F) červen

Řešení:



Ve sloupcovém grafu doplníme částky, kterými děti přispívaly v jednotlivých měsících.
Jeden dílek na svislé ose odpovídá 5 korunám. Například v lednu byl příspěvek Anny 45 korun (9 dílků), Běly 25 korun (5 dílků), Cyrila 10 korun (2 dílky) a Dana 20 korun (4 dílky).

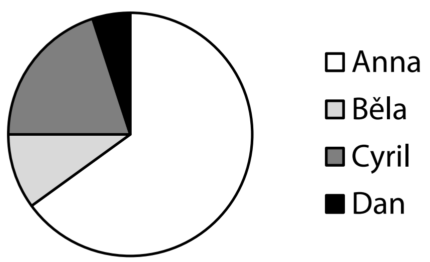
13.1 Čtyřnásobek Cyrilova příspěvku porovnáme s příspěvkem Anny ve stejném měsíci.
Rovnost nastává v jediném měsíci:

Měsíc	**červen**	
Cyrilův příspěvek	15 korun	3 dílky
Čtyřnásobek Cyrilova příspěvku	60 korun	12 dílků
Příspěvek Anny	60 korun	12 dílků

13.2 Příspěvek Běly v hledaném měsíci má být roven Danovu příspěvku zvětšenému o jednu čtvrtinu.
Příspěvky zobrazené v grafu se vždy liší o celé dílky (nikoli o části dílků). Čtvrtina Danova příspěvku je vyjádřena počtem celých dílků pouze v lednu a dubnu.
Požadovaná rovnost však nastává v jediném měsíci:

Měsíc	**leden**	
Danův příspěvek	20 korun	4 dílky
Danův příspěvek zvětšený o čtvrtinu	25 korun	5 dílků
Příspěvek Běly	25 korun	5 dílků

13.3

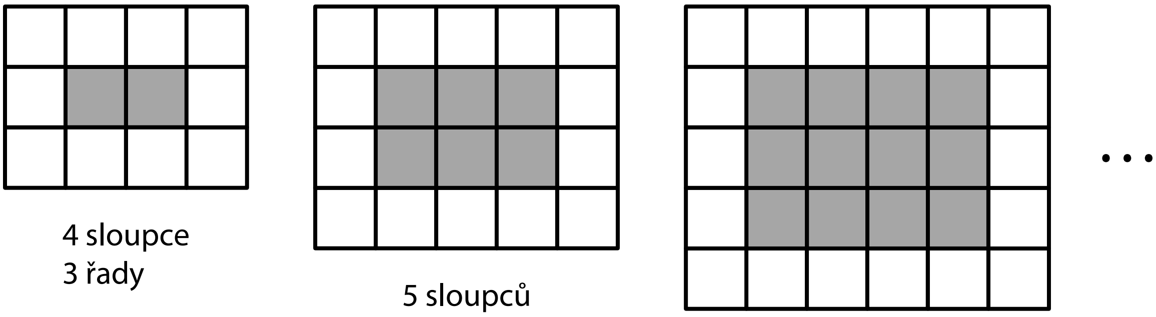


Podle tohoto grafu Běla přispěla v hledaném měsíci méně než Cyril. Podle sloupcového grafu k tomu došlo pouze v **květnu**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 14

Obdélníková mozaika z bílých a šedých čtverců se tvoří podle následujících pravidel:

- Počet sloupců v obdélníku je o 1 větší než počet řad.
- Bílé čtverce obklopují šedý obdélník pouze v jedné vrstvě.



4 sloupce
3 řady

5 sloupců
4 řady

(*CZVV*)

max. 4 body

14 Vypočtěte,

14.1 kolik **šedých** čtverců je v mozaice, která obsahuje celkem 12 řad,

Řešení:

V každé mozaice je sloupců o 1 více než řad.
Šedý obdélník má o 2 řady a o 2 sloupce méně, než má mozaika.

V mozaice o 12 řadách má šedý obdélník 10 řad a 11 sloupců.
Počet šedých čtverců v této mozaice: $10 \cdot 11 = \mathbf{110}$

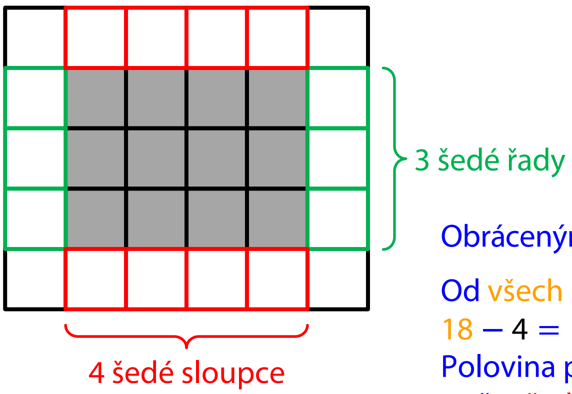
14.2 kolik **šedých** čtverců je v mozaice, která má 70 bílých čtverců,

14.3 kolik **bílých** čtverců je v mozaice, která má celkem 380 čtverců (šedých i bílých).

Řešení:

Řešení úloh 14.2 a 14.3 objasníme na třetí mozaice.
(Uvedeme jeden z mnoha možných postupů.)

V mozaice je 6 sloupců a 5 řad



Počet všech čtverců: $6 \cdot 5 = 30$

Počet šedých čtverců: $4 \cdot 3 = 12$

Počet bílých čtverců: $30 - 12 = 18$,
případně $(4 + 3) \cdot 2 + 4 = 18$

Obráceným postupem lze určit počet šedých sloupců a řad:

Od všech bílých čtverců odečteme 4 čtverce v rozích:
$18 - 4 = 14$
Polovina počtu zbývajících bílých čtverců je součet počtu šedých sloupců a šedých řad: $14 : 2 = 7 = 4 + 3$

14.2 Mozaika obsahuje 70 bílých čtverců.

Počet šedých sloupců a řad:
$70 - 4 = 66$
$66 : 2 = 33 = 17 + 16$

Počet šedých čtverců: $17 \cdot 16 = \mathbf{272}$

14.3 Počet všech čtverců v mozaice je 380.

Nejprve musíme určit počet řad a sloupců mozaiky:
Protože počet sloupců a řad v mozaice se liší o 1, číslo 380 zapíšeme jako součin dvou čísel, která se liší o 1: $380 = 20 \cdot 19$

Mozaika má 20 sloupců a 19 řad, tedy 18 šedých sloupců a 17 šedých řad.

Počet bílých čtverců: $380 - 18 \cdot 17 = \mathbf{74}$,
případně $(18 + 17) \cdot 2 + 4 = \mathbf{74}$

Konal(a) zkoušku ☐ Vyloučen(a) ☐ Nepřítomen(na) či nedokončil(a) ☐

MATEMATIKA 5

Jméno a příjmení: HUGO PILNÝ

DIDAKTICKÝ TEST – STRANA 1–2

1
1.1 500
1.2 492

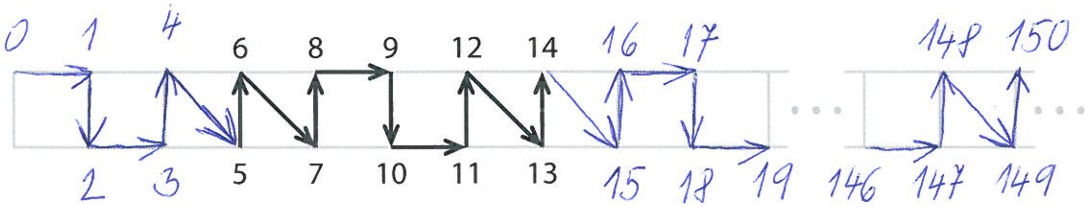
2
2.1 448 000
2.2 30

3
3.1 9 km
3.2 11 km
3.3 16 km

4
4.1 304 žáků
4.2 208 žáků

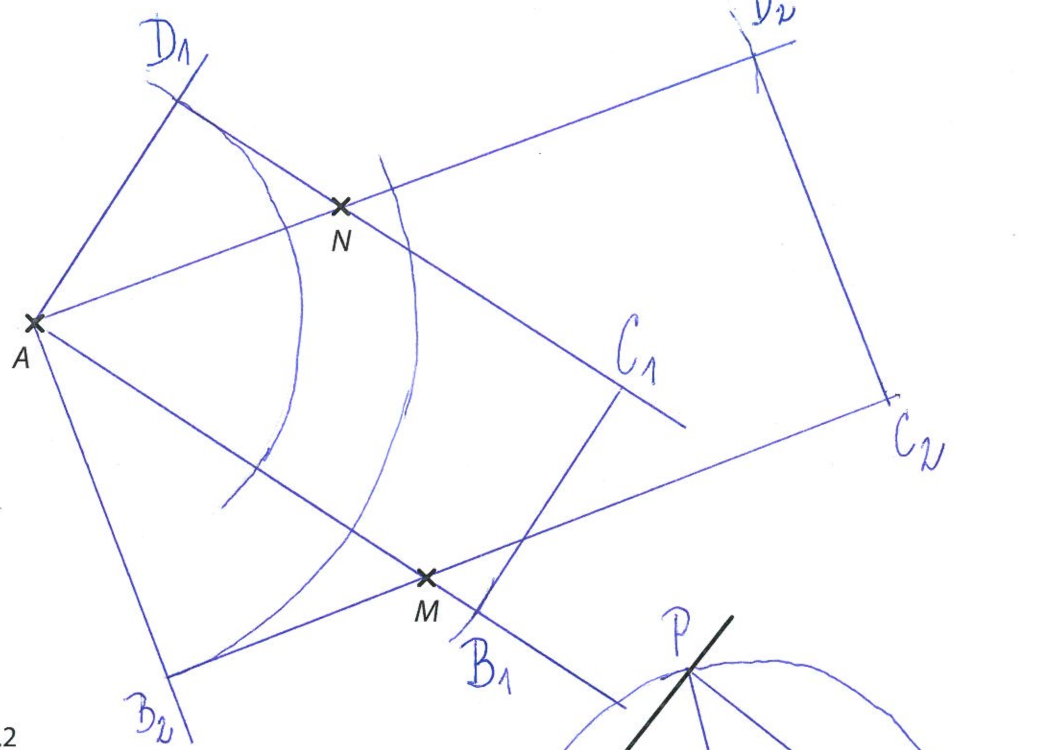
5
5.1 23 kódů
5.2 47 kódů
5.3 1 druhé místo

6
6.1–6.2

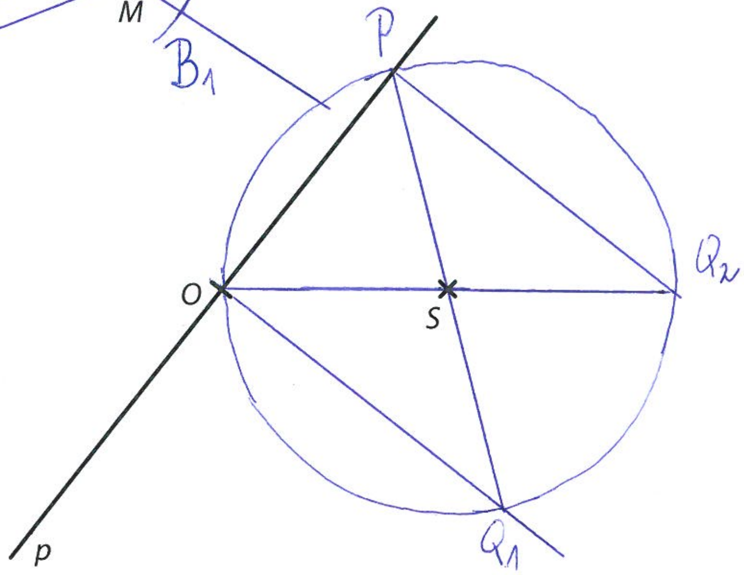


7 Obtáhněte vše propisovací tužkou.

7.1



7.2



8	A	N
8.1		X
8.2	X	
8.3		X

	A	B	C	D	E
9		X			
10			X		
11				X	
12			X		

13	A	B	C	D	E	F
13.1						X
13.2	X					
13.3					X	

14	14.1	14.2	14.3
	110	272	74